



**Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
ZENIČKO-DOBOKSKI KANTON
MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE, NAUKU, KULTURU I SPORT**

**KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA
MATEMATIKA
ZA OSNOVNE ŠKOLE I GIMNAZIJE**

Zenica, juni 2023.



**Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
ZENIČKO-DOBOJSKI KANTON
MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE, NAUKU, KULTURU I SPORT**

KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA

MATEMATIKA

ZA OSNOVNE ŠKOLE I GIMNAZIJE

Zenica, juni 2023.

Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije

Izdavač: Ministarstvo za obrazovanje, nauku, kulturu i sport Zeničko-dobojskog kantona

Za izdavača: Draženka Subašić, ministrica

Voditeljica Stručnog tima:
Aida Salkić, direktorica Pedagoškog zavoda Zenica

Grupa za izradu predmetnog kurikuluma:

Edin Tabak, MA voditelj
mr.sc. Aldiana Nuhanović, koordinatorica
Aida Kršić, prof., član
Almira Sarvan, prof., član
Sanela Kulović, prof., član
Lejla Sarajlić-Fejzić, prof., član
Samir Kovačević, prof., član
Benjamin Dendić, prof., član
Tatjana Starčević, nastavnica, član
Amira Mulabdić, nastavnica, član
Amela Bedak, nastavnica, član
Elvedin Hasanbašić, nastavnik, član

Recenzenti:

prof.dr. Hariz Agić
prof.dr. Karmelita Lipovača-Pjanić
mr.sc Adha Arapović

Tehnička priprema i uređenje:

Pedagoški zavod Zenica

Grafičko oblikovanje:

SADRŽAJ

A/ OPIS PREDMETA	4
B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA	6
C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA	7
D/ ODGOJNO-OBRZOVNI ISHODI	10
OSNOVNA ŠKOLA	10
1. razred osnovne škole	10
2. razred osnovne škole	19
3. razred osnovne škole	26
4. razred osnovne škole	34
5. razred osnovne škole	43
6. razred osnovne škole	52
7. razred osnovne škole	60
8. razred osnovne škole	67
9. razred osnovne škole	75
GIMNAZIJA	81
1. razred gimnazije	81
2. razred gimnazije	89
3. razred gimnazije	94
4. razred gimnazije	100
E/ UČENJE I PODUČAVANJE	106
F/ VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULINU	110
G/ PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA	113

A/ OPIS PREDMETA

Nastava matematike od njenih prapočetaka, a posebno danas, u vremenu naučnog i tehničkotehnološkog razvoja, masovne kompjuterizacije i digitalizacije ima ključni značaj u odgoju i obrazovanju mladih generacija u njihovim pripremama za budući život i rad. Proučavanje matematike doprinosi sposobnosti uočavanja uzročno posljedičnih veza, preciznosti u izražavanju, strogosti u rasuđivanju, zaključivanju, logičkom razmišljanju te kao takvo pomaže u cjelokupnom intelektualnom i duhovnom razvoju mladih osoba. Ona obuhvata matematičko zaključivanje i primjenu matematičkih pojmoveva, postupaka, tvrdnji i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava i događaja.

Podučavanje i učenje Matematike ostvaruje se kroz kontinuirano povezivanje matematičkih procesa i oblasti, te kao takvo učenicima omogućava sticanje matematičkih znanja i vještina, izgradnju ličnih stavova, pruža priliku da budu kreativni i pokreće racionalne misaone procese. Na taj način se potiče matematički pristup razmišljanju koji vodi povezivanju znanja iz matematike i drugih obrazovnih područja u nove strukture znanja koje se primjenjuju u svakodnevnom životu.

Dakle, svrha predmeta Matematika je da korištenjem savremenih metoda i alata omogući mladom čovjeku ovladavanje specifičnim matematičkim i ključnim kompetencijama neophodnim za kritičko razmišljanje, uspješno rješavanje problema te prilagođavanju novim životnim situacijama kako bi postigao potpuni lični potencijal.

U kontekstu razvoja ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje nastavni predmet Matematika prevashodno razvija ključnu kompetenciju matematička pismenost. Važno je istaći da se nastavom matematike u korelaciji sa drugim nastavnim predmetima paralelno razvijaju i ostale ključne kompetencije kao što su jezičko-komunikacijska kompetencija na maternjem jeziku, kompetencija u nauci i tehnologiji, učiti kako se uči, informatička te kreativno-prodiktivna kompetencija.

Odabirom i rješavanjem odgovarajućih zadataka, matematičku pismenost razvijamo i kroz obrazovna područja: jezik i komunikacija, ljudi i društvo, nove tehnologije i digitalizacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn te zdravlje i sport.

Razumijevanje matematičkih pojmoveva i postupaka, primjena matematike pri objašnjavanju i opisivanju stvarnih događaja i pojava, upotreba matematičkog jezika, formula, modela, konstrukcija, grafikona/dijagrama i komuniciranje u matematici predstavljaju predmetno-specifične kompetencije koje se kod učenika razvijaju izučavanjem matematike. Kombinovanje navedene četiri predmetno-specifične kompetencije doprinosi sveobuhvatnom razvoju matematičke pismenosti.

Matematička znanja su često preduvjet za proučavanje pojava i zakonitosti u raznim nastavnim predmetima kao što je npr. STEM grupa predmeta (fizika, hemija, biologija, geografija, osnovi tehnike, tehnička kultura, informatika, matematika), filozofija sa logikom, ekonomija, likovna kultura, muzička kultura, moja okolina,... Matematika omogućava preciznije formulisanje, kako uočenih pojava tako i dobivenih rezultata te više služi kao alat koji se koristi u drugim nastavnim predmetima nego što iz njih crpi sadržaje.

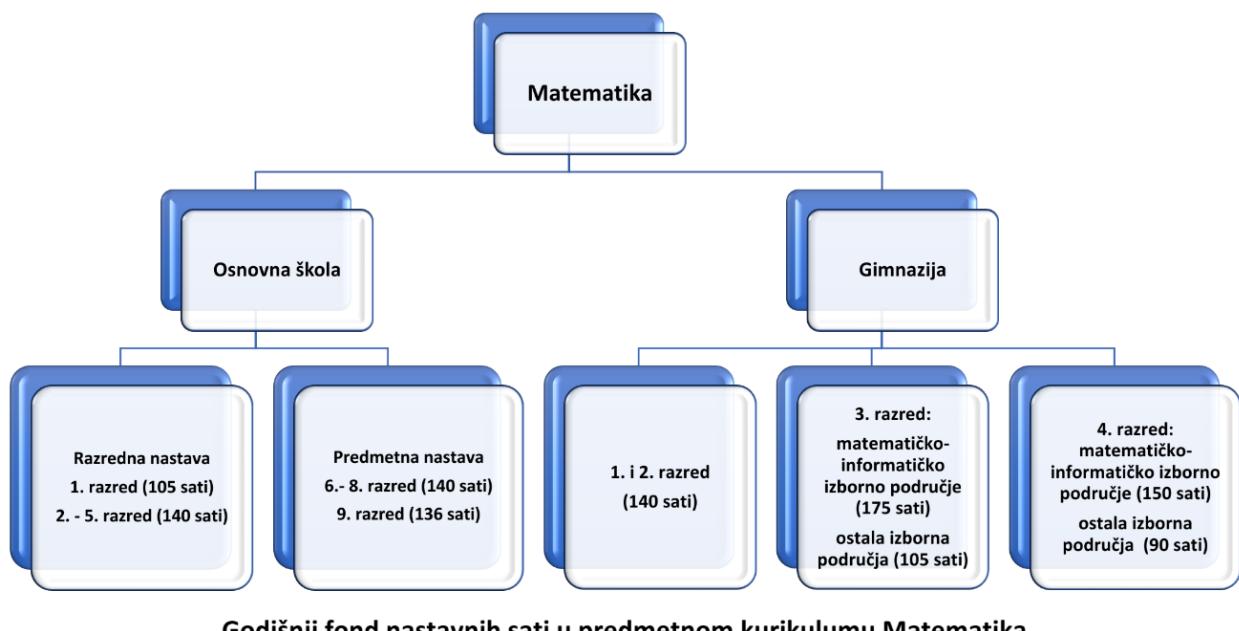
Matematika pripada matematičkom odgojno-obrazovnom području koje je jedno od osam područja definisanih Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa definisanih na ishodima učenja.

Učenje i podučavanje u predmetu Matematika treba da se temelji na već postojećem znanju, koje se proširuje prema uzrastu učenika i individualnim sposobnostima svakog pojedinca.

Aktivno i odgovorno učešće učenika u sticanju matematičkih znanja će uz korištenje savremenih metoda i oblika rada matematiku približiti učenicima na način da uvide njenu korisnost i primjenu u mnogim životnim situacijama.

Široka primjena matematike u mnogim oblastima ljudskog djelovanja i osnovna uloga nastave matematike u razvoju intelektualnih sposobnosti učenika čine je jednim od najznačajnijih nastavnih predmeta u školskom općem obrazovanju i odgoju.

Matematika je obavezan nastavni predmet koji se izučava tokom cijele osnovne škole, počevši od prvog razreda, te se nastavlja kroz sve godine gimnaziskog obrazovanja i odgoja.



B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA

- 1.** Razvijati matematičku pismenost primjenom matematičkog jezika u izražavanju ideja, procesa i rezultata znanja kroz različite medije (usmeno, pismeno i vizuelno) uz pravilno korištenje matematičkih simbola, pravila i tvrdnji.
- 2.** Kod učenika razviti svijest o potrebi sticanja matematičkih znanja i vještina kako bi u školi i u svakodnevnom životu prepoznali situacije u kojima se ista mogu primijeniti te kako bi ih koristili u toku svog daljnog obrazovanja.
- 3.** Razvijati vještine upotrebe geometrijskog pribora i mjernih instrumenata, vještine interpretacije i prikazivanja podataka u obliku tabela, grafikona i dijagrama, te podsticati razvoj kognitivnih vještina kao što su: logičko, prostorno, apstraktno, kreativno i kritičko mišljenje.
- 4.** Osposobiti učenike da primjenjuju znanje i vještine iz matematike na probleme koje postavlja tehnički, ekonomski i društveni razvoj tako što će pravilno formulisati problem, interpretirati i analizirati podatke, odabrati i argumentovati najbolje strategije za njihovo rješavanje te preispitati i pravilno prezentovati moguća rješenja, po potrebi uz pomoć raspoloživih računarskih programa i alata.
- 5.** Aktivirati kod učenika matematičke procese kao što su: rasuđivanje, komunikacija i prikazivanje, povezivanje, dokazivanje i zaključivanje, matematičko modeliranje i rješavanje problema.
- 6.** Doprinijeti cjelokupnom razvoju ličnosti učenika kroz podsticanje njihovog kognitivnog, konativnog i socio-emocionalnog razvoja, kao i svijesti o njihovim vlastitim matematičkim sposobnostima, njihovoj poduzetnosti, radnim navikama i potrebama za učenjem i napredovanjem.

C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA

A. Skupovi, brojevi i operacije

Oblast Skupovi, brojevi i operacije predstavlja temelj matematičke pismenosti. Bliska povezanost ove oblasti sa ostalim posljedica je primjene brojeva u svim područjima ljudske djelatnosti, što je ujedno povezuje s ostalim područjima kurikuluma i svakodnevnim životom. Postepeno formiranje apstraktnih pojmoveva kao što su broj, brojevni sistem i skup, te razvijanje vještina izvođenja aritmetičkih postupaka, postiže se izučavanjem ove oblasti.

Formiranjem pojma prirodnog broja i skupa prirodnih brojeva, uz primjenu osnovnih računskih operacija, učenici otkrivaju potrebu proširivanja tog skupa. Postepeno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i skup kompleksnih brojeva. Analiziraju se i tumače osobine i odnosi među brojevima, primjenjuju se različiti načini zapisivanja i prikazivanja brojeva te usvajaju i upotrebljavaju sve složenije računske operacije. Vještine usmenog i pismenog računanja se postupno razvijaju uz upotrebu osnovnih osobina i međusobnih veza računskih operacija. To ujedno doprinosi razvijanju vještina djelotvornog i sigurnog računanja. Matematičke probleme i probleme iz svakodnevnog života moguće je riješiti izvođenjem odgovarajućih aritmetičkih postupaka, predviđanjem rezultata i procjenom smislenosti rezultata uz mogućnost upotrebe različitih metoda i računarske tehnologije u svrhu efikasnosti i tačnosti.

Ova oblast obuhvata dvije komponente i to :

- 1. Skupovi, brojevi i brojevni sistemi;**
- 2. Računske operacije.**

B. Algebra

Algebra je ujedinjujuća nit gotovo svih područja matematike. Njome modelujemo određene probleme iz realnog svijeta i rješavamo ih pomoću algebarskih zakonitosti. Čini osnovu za učenje matematičkog jezika proučavajući pravilnosti i koristeći simbole umjesto brojeva. Zbog toga algebra uveliko pomaže pri rješavanju zadataka koji obuhvataju: opisivanje pravilnosti u kojima slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije; uočavanje nepoznatih i rješavanje jednačina i nejednačina pomoću odgovarajućih algebarskih zakonitosti; područje koje se bavi algebarskim strukturama ili skupovima u kojima je definisana jedna ili više operacija pomoću kojih se elementi skupa kombinuju u nove elemente istog skupa. Jezikom Algebre učenici: opisuju, definišu, tumače uzorke, odnose i funkcije, analiziraju matematičke situacije i strukture korištenjem algebarskih simbola, koriste matematičke modele za predstavljanje i razumijevanje kvantitativnih odnosa i tumače ih u datom kontekstu.

Ova oblast obuhvata tri komponente:

- 1. Algebarski izrazi, funkcije proporcije i primjena;**
- 2. Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje;**
- 3. Elementi logike.**

C. Geometrija i mjerjenja

Geometrija je oblast matematike koja se bavi proučavanjem osobina i međusobnih odnosa prostornih oblika tj. geometrijskih tijela, geometrijskih likova, linija i tačaka. Kao oblast matematike, geometrija se veže sa svim granama matematike i ima važnu ulogu u svakodnevnom životu. Izučavanje geometrijskih oblika te njihovo zapažanje u prostoru oko nas povoljno utiče na razvoj geometrijskog mišljenja i sposobnost vizuelizacije koji su bitni za razumijevanje matematike kao i ostalih nastavnih predmeta. Geometrija nudi mogućnosti za razvoj različitih oblika zaključivanja kroz mnoštvo zanimljivih, vizuelnih i mjerljivih geometrijskih veza. Mjerjenje je postupak određivanja vrijednosti neke mjerne veličine. Direktnim mjerjenjem upoređuje se mjerena veličina s istovrsnom uporednom veličinom, takozvanom mjernom jedinicom.

Oblast geometrije obuhvata dvije komponente

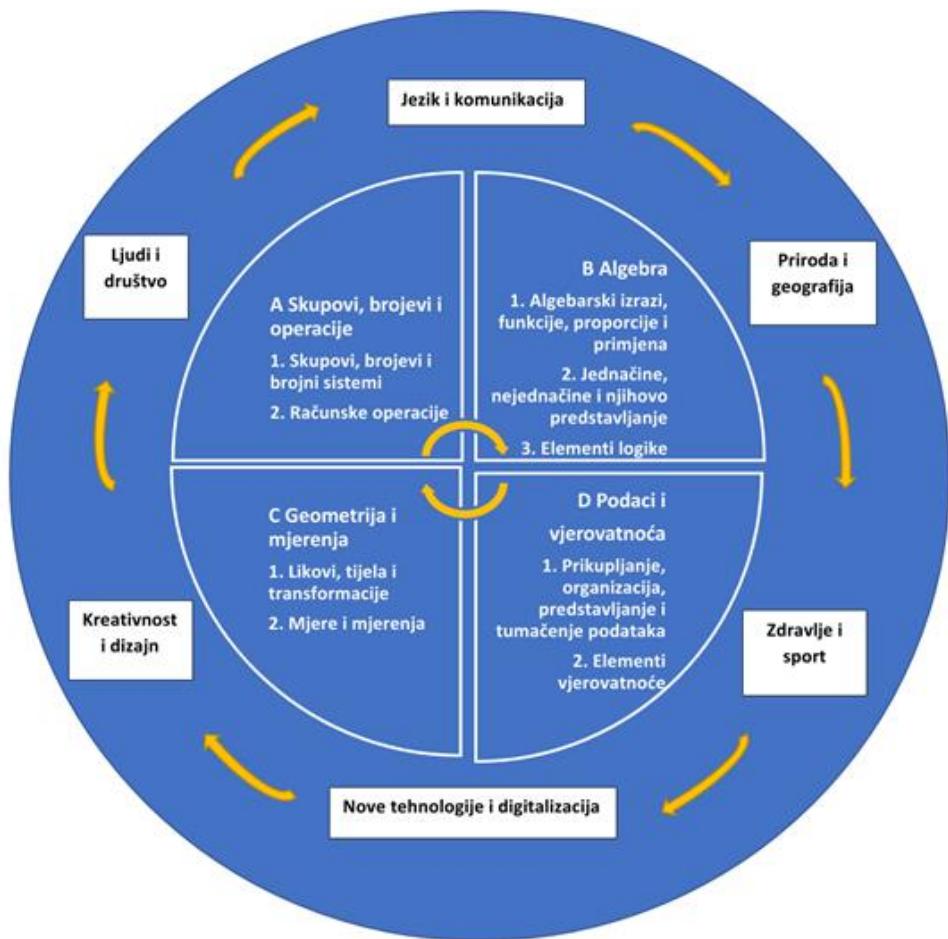
- 1. Figure u ravni i prostoru (likovi i tijela), transformacije;**
- 2. Mjere i mjerjenja.**

D. Podaci i vjerovatnoća

Sadržaji iz oblasti Podaci i vjerovatnoća uvode se postupno, te se polako grade veze sa sadržajima ostalih matematičkih oblasti. Učenici prepoznaju relevantne podatke, analiziraju ih i predstavljaju na najefikasniji način, po mogućnosti uz korištenje savremenih računarskih alata. Nakon uočavanja veza između podataka i posmatrajući učestalost pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerovatnoće. Koristeći eksperimentalni i teorijski pristup, učenici postupno razvijaju sofisticiraniju sposobnost kritičke procjene podataka, s ciljem prognoze događaja i razvijanja intuicije u donošenju odluka u različitim oblastima.

Ova oblast obuhvata dvije komponente:

- 1. Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka;**
- 2. Elementi vjerovatnoće.**



Oblasna struktura predmetnog kurikuluma Matematika

U nastavku slijedi dio koji se odnosi na odgojno-obrazovne ishode koji su okosnica predmetnog kurikuluma Matematika i razrađeni su za svaku od četiri oblasti (domene) na kojima se temelji: A/ Skupovi, brojevi i operacije, B/ Algebra, C/ Geometrija i mjerena i D/ Podaci i vjerovatnoća.

Odgojno-obrazovni ishodi pomažu nastavnicima u praćenju napretka učenika i u vrednovanju učeničkih postignuća. Tokom pripremanja procesa učenja i podučavanja nastavnik treba povezati odgojno-obrazovne ishode sa sadržajima navedenim u kurikulumu i metodama podučavanja.

U tabelama su odgojno-obrazovni ishodi označeni šiframa. Skraćenice poput A.8.1. ili B.9.2. i sl. označavaju redom: oblast kojoj ishod pripada (A/ Brojevi, skupovi i operacije, B/ Algebra, C/ Geometrija i mjerena, D/ Podaci i vjerovatnoća), godinu podučavanja predmeta (1. - razred, ..., 7. - sedmi razred, 8. - osmi razred, 9. - deveti razred u osnovnoj školi, I. - prvi razred, II. - drugi razred, III. - treći razred i IV. - četvrti razred u gimnaziji), te redni broj odgojno-obrazovnog ishoda koji se podučava u sklopu navedene oblasti (1. - prvi ishod, 2. - drugi ishod, ...).

Skraćenice MTP-1.1.2. ili MTP-2.3.1. označavaju poveznice sa Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa za matematičko područje definiranoj na ishodima učenja, odakle su ishodi dijelom ili u potpunosti preuzeti.

Pojedini ishodi učenja se ostvaruju realizacijom sadržaja iz više oblasti matematike (unutarpredmetna korelacija), a i u korelaciji sa sadržajima drugih nastavnih predmeta (međupredmetna korelacija).

D/ ODGOJNO-OBJAZOVNI ISHODI

OSNOVNA ŠKOLA

1. razred osnovne škole /105 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.1.1. Prikazuje skupove grafički prema zadatom zahtjevu.	<ul style="list-style-type: none">Prepoznaće i imenuje elemente skupa, predstavlja skup modelom i crtežom.Raspoređuje elemente skupa i izdvaja podskupove unutar skupa.Udružuje elemente skupova, prikazuje skupove grafički.Formira skup sa zadatim brojem elemenata, broji i iskazuje broj elemenata skupa.Upoređuje skupove prema brojnosti, prepoznaće zajedničke karakteristike, te udružuje, izmješta i dopunjava elemente skupa.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none">Primjeri skupova i označavanje.Članovi (elementi) skupa.Pridruživanje elemenata dvaju skupova.Brojnost skupa.Udruživanje skupova.Podskup (dio skupa).	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Nastavnici trebaju imati u vidu da učenik može usvajiti pojam prirodnog broja uočavajući objekte – skupove i razumijevajući svojstvo tih objekata –brojnost elemenata u skupovima. Puno je teže shvatiti razliku između skupa i njegovog pojma brojnosti, nego razliku između skupa i njegovih kvalitativnih obilježja kao što su boja, oblik, raspored elemenata i sl. Kvalitativna svojstva se upoznaju perceptivnim putem, a brojnost isključivo misaonim aktivnostima. Pridruživanje elemenata skupa može se izvoditi tako da se povezuju dva elementa prema nekoj zajedničkoj osobini, da se pridružuju isti elementi sa traženom osobinom... U pridruživanju je potrebno izabrati članove skupa s traženom osobinom, a odbaciti one elemente koji je nemaju npr. ovaj je predmet plav, a ovaj ne; ovaj predmet ima oblik kvadra, a ovaj ne; ovi skupovi imaju jednak broj elemenata, ovi štapići imaju jednaku dužinu... Pridruživanjem učenici ujedno uče pravilno upotrebljavati matematički jezik. Razvrstavanje je složenija aktivnost u kojoj se neki skup rastavlja na podskupove sa zajedničkim osobinama (boja, veličina, oblik, brojnost i sl.) i tu je veoma važno da učenici razumiju pravilo po kojem se elementi razvrstavaju. Može se desiti i da npr. predmete nekog skupa treba razvrstati po jednoj ili više osobina. Aktivnost sparivanja („jedan na jedan“) se koristi kod kvantitativnih uporedbi (čega ima više, učenika ili stolica?) i veoma je važna za razumijevanje brojeva. Upoređujući dva skupa ne moramo brojati njihove elemente, već ih sparujemo. Na taj način postupno izgrađujemo pojmove <i>više, manje, jednako</i> (npr. „Više je stolica ...“). Nakon upoređivanja skupova konkretnih predmeta, svakome se skupu pridružuje broj koji prikazuje koliko članova ima, pa se dalje ti brojevi upoređuju. Važno je uočiti da se količine upoređuju riječima: <i>više – manje</i> , dok se brojevi upoređuju riječima: <i>veći – manji</i> .	

A.1.2. Opisuje i prikazuje količine i redoslijed brojeva do 10.	<ul style="list-style-type: none"> Čita i zapisuje prirodne brojeve do 10 i broj 0. Predstavlja i upoređuje brojeve do 10 na brojevnoj polupravoj. Koristi redne brojeve od 1. do 10. Razlikuje parne i neparne brojeve i uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. Razlikuje broj od cifre i brojevne riječi, te ih koristi u komunikaciji. Koristi slovo kao simbol za broj.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Brojevi od 1 do 3. Upoređivanje brojeva ($<$, $>$, $=$, \neq). Brojevi 4 i 5. Prethodnik i sljedbenik. Opadajući i rastući brojevni niz (predstavljanje na brojevnoj liniji). Redni brojevi od 1. do 5. Sabiranje i oduzimanje brojeva. Broj 0. Brojevi od 6 do 9. Broj 10. Redni brojevi od 1. do 10.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Važno je da učenici na stvarnim objektima spoznaju pojam broja (npr. pridruživanje 1-1) kako se brojanje ne bi svelo na mehaničko izgovaranje brojevnih riječi bez razumijevanja njihovih značenja. Brojeve mogu prikazivati i crtežima (u početku pripremljenim ilustracijama). Nastavnik će pomoći konkretnih predmeta kod učenika razviti svijest da svaki sljedeći broj nastaje dodavanjem broja 1 prethodnom broju. Na brojevnoj liniji spoznat će prethodnik i sljedbenik (broj neposredno ispred i neposredno iza) određenoga broja te brojeve koji se nalaze između pojedinih brojeva. Uočiti da se brojevi upoređuju riječima veći i manji. Odnos brojeva u početku zapisivati riječima „veći od“, „je manje od“ i „jednako je“, a zatim učenike upoznati sa matematičkim znakovima $<$, $>$, $=$ i \neq koji se pišu između brojeva, a ne između ilustracija. Postupno se spoznaje brojanje unaprijed i unazad (redom i od zadanoga broja). Postupno upoznati cifre pomoći kojih se pišu brojevi (od 0 do 9) koristeći skupove, slike, modele i matematičke znakove. Broj zapisivati cifrom i brojevnom riječi. Deseticu možemo prikazati različitim skupovima od deset jedinica. Na konkretnim primjerima odrediti mjesto predmeta u redu ili nizu postavljajući pitanja „Koji po redu?“ i „Koliko ih ima?“ kako bi učenici razumjeli razliku između rednih i glavnih brojeva i pravilno ih zapisivali, čitali i upotrebljavali. Preporučuje se s učenicima, već od prvog razreda, uvježbavati nastavljanje niza prema zadanim pravilima. Poželjno je uvježbavati kreiranje različitih nizova, a ne samo brojevnih nizova.</p>	
A.1.3. Sabira i oduzima u skupu brojeva do 10 .	<ul style="list-style-type: none"> Sabira i oduzima brojeve u skupu do 10. Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija sabiranja i oduzimanja s brojevima do 10. Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Brojevi do 10. Broj 0. Sabiranje i oduzimanje u skupu brojeva do 10.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Povezati sabiranje brojeva s riječima „više od“ ili „za toliko više“, a oduzimanje s riječima „manje od“, „za toliko manje“. Učenici povezuju račun i rješenje s riječima „je“, „jednako“, „jednako je“ ili „je jednako“, a zatim prelaze na matematički zapis u kojem koriste znakove $+$, $-$ i $=$, ističući značenje znaka $=$ koji prikazuje jednakost lijeve i desne strane. Prikazivanje sabiranja i oduzimanja na brojevnoj liniji započinje dodavanjem ili oduzimanjem broja 1. Ospozobiti učenike da sa razumijevanjem, sa zapisivanjem i bez zapisivanja, usmeno rješavaju različite vrste matematičkih zadataka sabiranja i oduzimanja brojeva do 10 te da do nivoa automatizma savladaju nadopunu desetice ($4+x=10$, $3+4+x=10$, $2+1+3+x=10$) i savladaju usmeno sabiranje i oduzimanje brojeva do 10. Preko konkretnih primjera navesti učenike na zaključak da se zbir neće promjeniti ako sabirci zamijene mjesto te da su sabiranje i oduzimanje suprotne računske operacije. Vezu između sabiranja i oduzimanja učenici koriste kada je jedan broj u jednakosti nepoznat, odnosno prikazan kvadratičem i uočavaju da suprotnom računskom radnjom mogu provjeriti rezultat računanja. Također, u prvom razredu pri obradi zbita brojeva se preporučuje povezivati vrijednost broja s njegovim različitim zapisima koristeći se znakom jednakosti (npr. $9 = 4 + 5$, $3 + 6 = 9, \dots$, $1 + 3 + 5 = 9, \dots$).

A.1.4. Bira i koristi odabrane strategije, metode, operacije i dobivena rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Upotrebostrategije prebrojavanja upoređuje kvantitet dva skupa. Upoređuje brojnost koristeći se riječima „manje“, „više“, „jednako“, „za jedan više“, „za jedan manje“. Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.2

Ključni sadržaji

- Primjeri skupova i označavanje.
- Članovi skupa, pridruživanje elemenata dvaju skupova, brojnost skupa.
- Brojevi do 10.
- Sabiranje i oduzimanje u skupu do 10.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Strategija sparivanja („jedan na jedan“) koristi se kod kvantitativnih poređenja (čega ima više, učenika ili stolica) i veoma je važna za razumijevanje brojeva. Upoređujući dva skupa ne moramo brojati njihove elemente, već ih sparujemo. Na taj način postupno izgrađujemo pojmove više, manje, jednak (npr. „Više je stolica...“). Pojmovi *više*, *manje*, *jednako* izgrađuju se postupno. Počinje se upoređivanjem skupova konkretnih predmeta, a potom se svakom skupu pridružuje broj koji prikazuje koliko članova ima, pa se ti brojevi upoređuju. Važno je uočiti da se količine upoređuju riječima: više – manje, dok se brojevi upoređuju riječima: veći – manji. U početku zapisujemo odnos brojeva riječima *je veći od*, *je manji od i jednak je*, a tek na kraju učenike upoznajemo s matematičkim zapisom – znakovima nejednakosti i jednakosti. Nepromjenjivost zbita ako sabircima zamijenimo mjesto, te vezu između računskih operacija sabiranja i oduzimanja učenici će zaključiti kroz izradu konkretnih primjera. Navedene zaključke učenici će koristiti kod provjeravanja rezultata računanja.

Oblast: B/ Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.1.1. Koristi algebarske simbole za prikazivanje matematičkih situacija.	<ul style="list-style-type: none"> Povezuje količinu i broj. Upoređuje brojeve po veličini uz korištenje matematičkih simbola. Koristi matematičke simbole ($>=, <, \neq, +, -$) pri zapisivanju matematičkih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2

Ključni sadržaji

- Upoređivanje brojeva (znakovi $>=, <, \neq, +, -$).
- Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10.
- Zamjena mesta sabiraka (komutativnost).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Uvod u matematičku pismenost ostvaruje se pomoću konkretnog materijala, primjera iz okruženja i kroz igru, koriste se riječi „veće“, „manje“, „jednako“, „ nije jednako,tj. različito“ i uvode oznake $<$, $>$, $=$ i \neq . Povezuje se riječ *sabiranje* sa riječi *više* kroz praktične aktivnosti dodavanja, spajanja i grupisanja i riječ *oduzimanje* sa riječi *manje* kroz praktične aktivnosti smanjenja, oduzimanja i odvajanja. Prije prelaska na matematički zapis učenici povezuju račun i rješenje s izrazima „je“ i „jednako je“. Kada je u potpunosti jasan proces imenovanja i povezivanja, prelazi se na matematički zapis u kojem se koriste znakovi + (više, plus), – (manje, minus) i = (je, jednako je). Isticati da znak = pokazuje jednakost desne i lijeve strane, te da možemo pisati $2 + 3 = 5$ ali i $5 = 2 + 3$. Svojstvo komutativnosti učenici uočavaju na konkretnim primjerima. Nastavnik treba da svakodnevno imenuje članove izraza i usmjerava učenike da prihvatuju i koriste te izraze.

B.1.2. Rješava različite tipove matematičkih zadataka i primjenjuje matematičke zakonitosti.	<ul style="list-style-type: none"> Sabira i oduzima brojeve u skupu do 10 i koristi se stečenim znanjima u rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. Primjenjuje svojstvo komutativnosti prilikom sabiranja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2

Ključni sadržaji

- Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, \neq , $+$, $-$).
- Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10.
- Zamjena mjesta sabiraka (komutativnost).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ovaj ishod objedinjuje učenikovo znanje o brojevima, matematičkim znakovima i zakonitostima. Uz postupno usvajanje matematičkih znanja i vještina kod učenika se razvijaju matematički procesi koji će se ovim ishodom produbiti. Učenici će rješavati različite tipove računskih zadataka i problemske situacije iz svakodnevnog života, upoznati sastav (tekstualnog) problema i razlikovati: tekst (poznate podatke, nepoznate podatke) i pitanje. Učenici se uvode u postupak rješavanja tekstualnih zadataka i problemskih situacija (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja izraz, računa, sastavlja i piše odgovor). Sadržaj tekstualnih zadataka povezati sa predmetima Moja okolina i Bosanski jezik i književnost.

Napomena: ovaj ishod se dodatno ostvaruje kroz ishod A.1.3. oblasti Algebra.

B.1.3. Dopunjava jednakost brojem, rješava elementarne jednačine i brojevne nejednakosti.	<ul style="list-style-type: none"> Dopunjava broj ili znak u jednakosti ($4+ \underline{\quad} = 9$; $6=3 \circ 3$). Upisuje znak ili broj u nejednakosti ($3+6 \circ 10$, $10 > 2+ \underline{\quad}$). Primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja. Koristi prazan kvadratič kao oznaku za broj. Određuje veće ili manje brojeve od zadatog broja u nejednačini i nejednakosti. Provjerava tačnost nejednačne upoređivanjem brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1

Ključni sadržaji

- Sabiranje i oduzimanje brojeva do 10.
- Veza sabiranja i oduzimanja.
- Upoređivanje brojeva $<$, $>$ i $=$.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Učenike uvesti u dopunjavanje *jednakosti* brojem ili znakom računske operacije uz isticanje važnosti znaka „=“, zatim od jedne jednakosti praviti još tri npr. $3+7=10$, $7+3=10$, $10-3=7$, $10-7=3$ koristeći vezu sabiranja i oduzimanja. U nejednakosti dopunjavamo znak ili broj kako bi utvrdili koja je strana veća ili manja. Uvesti □ (prazan kvadratič) a zatim slovo kao simbol za nepoznatim brojem učenici mogu do rješenja doći odbrojavanjem. U jednostavnim jednačinama ističemo važnost znaka „=“ jer on pokazuje jednakost desne i lijeve strane dok znakovi „ $<$ “ i „ $>$ “ pokazuju da je jedna strana veća ($x > 7$) ili manja ($x < 4$) u odnosu na drugu. Učenike potičemo da u jednačinama rješenje provjere koristeći se vezom između operacija sabiranja i oduzimanja ($a+3=5$, $a=2$ jer je $5 - 3=2$), dok provjeru rješenja u nejednačinama vrše upoređivanjem brojeva $4 < 7$ (4 je manje od 7).

B.1.4. Rješava matematičke probleme i situacije logičkim zaključivanjem i pri tome koristi matematički jezik.	<ul style="list-style-type: none"> Povezuje prethodno stečena znanja u rješavanju različitih tipova zadataka (numeričkih, tekstualnih, problemske situacije iz života). Izdvaja ključne riječi iz teksta i kreira matematički izraz. Nastavlja niz prema određenom uzorku. Uočava odnose među predmetima, veličinama i brojevima, te objašnjava po kojem se pravilu oblici, brojevi i predmeti nižu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Veza sabiranja i oduzimanja u skupu brojeva do 10. Brojni nizovi, brojevna linija, prethodnik i sljedbenik. Problemski, tekstualni zadaci, matematičke mozgalice. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Konkretnim primjerima podstaknuti učenike da logički zaključuju i opisuju računske operacije: zbir se ne mijenja ako sabirci zamijene mjesta, navoditi ih na jednostavne primjere uz korištenje termina $2+3=5$ jer je $5-3=2$ i $5-2=3$ te ih kroz ove primjere upoznati da su sabiranje i oduzimanje suprotne računske operacije. Težiti smislenom usvajaju matematičkih znanja kroz: igru, rješavanjem problemskih zadataka koji se odnose na sabiranje i oduzimanje u skupu do 10, zadavanjem zadataka sa primjerima iz učeničkog života i rješavanjem matematičkih situacija povezanih sa iskustvima iz svakodnevnog života.</p>	
B.1.5. Postavlja pitanja i istražuje matematičke pretpostavke, pravilnosti i odnose.	<ul style="list-style-type: none"> Objašnjava rečenice oblika: "ako je...,onda je ...". Uočava povezanost među sadržajima nastavnih predmeta (Likovna kultura - stvara crtež slobodnim kombinovanjem geometrijskih likova, Moja okolina – dani u sedmici, mjeseci u godini, godišnja doba, Muzička kultura - strofa, refren). Uočava razlike u izgledu predmeta i odnose među njima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Odnos među predmetima i veličina predmeta. Brojevni nizovi, brojevna linija, prethodnik i sljedbenik. Problemski i tekstualni zadaci, matematičke mozgalice. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Zadaci koji od učenika zahtijevaju da nastave niz, potiču logičko mišljenje: nastavljanje niza prema određenom uzorku (utvrđivanje pravilnosti), brojevni niz do 10 - dopunjavanje niza, parni i neparni brojevi, predstavljanje prethodnika i sljedbenika broja na brojnoj liniji (broj za 1 manji, broj za 1 veći).</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.1.1. Izdvaja i imenuje geometrijska tijela i likove i povezuje ih sa oblicima predmeta iz svoje okoline.	<ul style="list-style-type: none"> Imenuje i opisuje kuglu (loptu), valjak/cilindar, kocku, kvadar, piramidu i kupu/stožac, te uočava sličnosti i razlike između geometrijskih tijela. Prepoznaže ravne i zakrivljene površi (plohe) geometrijskih tijela. Ravne površi (plohe) geometrijskih tijela imenuje kao geometrijske likove kvadrat, pravougaonik, trougao i krug. Imenuje i crta geometrijske likove pravougaonik, kvadrat, trougao i krug.

	<ul style="list-style-type: none"> Uočava sličnosti i razlike između predmeta iz neposredne okoline i geometrijskih tijela i likova.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1 MTP-3.1.2 MTP-3.1.3
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Geometrijska tijela (kugla /lopta/, valjak/cilindar, kocka, kvadar, piramida, kupa/stožac). Geometrijski likovi (trougao, kvadrat, pravougaonik, krug). Ravne i zakriviljene površi (plohe). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenje geometrije učenicima započinju sa posmatranjem konkretnih predmeta i razvojem sposobnosti orijentacije u prostoru (lijevo-desno, ispred-iza-između i sl.). U radu sa učenicima se koristi učenje kroz igru, koje omogućava lakši način za formiranje pojnova, predstava i zakonitosti. Potrebno je zastupiti metodički pristup prema P.Liebeck I-G-S-S: I-iskustvo, G-govor; S-slika; S-simbol. Prepoznavanje geometrijskih tijela započinje posmatranjem brižljivo odabranih predmeta određenog oblika. Učenici uočavaju svojstva predmeta, mogu ih dodirnuti, okretati, osjetiti razliku između ravnih i zakriviljenih površina, te oštrinu ivica i vrhova. Iz skupa različitih modela učenici izdvajaju kugle, kocke i dr. Moguće je primjenjivati različite vježbe klasifikacije i serijacije. Uočavaju predmete u neposrednoj okolini koji su po obliku slični geometrijskim tijelima (npr. lopta, krov, ormar, čaša, kornet i sl.) te imenuju sličnosti i razlike. Tek kada se učenici dobro upoznaju sa geometrijskim tijelima, prelazi se na slikovni prikaz, s tim da se ne traži od učenika da crtaju geometrijska tijela. Geometrijske likove učenici upoznaju kao ravne površi geometrijskih tijela. Tako se stvara jasna veza i uočava osnovna razlika između likova i tijela. U početku likove treba rezati od kartona, kolaž papira ili ih bojiti, kako bi učenici shvatili da lik ne čine samo stranice. Također, učenici mogu od modela različitih geometrijskih likova i tijela kreirati nove (npr. korištenjem tangrama, brojevnih kvadrica, Kazineri materijala i sl.).</p>	
C.1.2. Razlikuje i crta prave i krive linije te prepoznaće tačku kao presjek linija.	<ul style="list-style-type: none"> Razlikuje i crta prave i krive linije, koristi se linijarom. Crta otvorene, zatvorene i izlomljene linije. Uočava presjek linija i prepoznaće ga kao tačku. Prepoznaće istaknute tačke i obilježava ih velikim štampanim slovima. Određuje vrhove geometrijskih tijela i likova kao tačke.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1 MTP-3.1.2 MTP-3.1.3
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Prave i krive linije. Otvorene, zatvorene i izlomljene linije. Unutrašnjost i spoljašnjost zatvorene linije. Tačka i linija. Tačka kao presjek dvije linije. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenici intuitivno poimaju liniju kao trag olovke na papiru, krede na tabli i slično. Nakon toga, mogu ih povezati sa ivicama geometrijskih tijela i stranicama geometrijskih likova. Prepoznaće tačku kao vrh (tjeme) geometrijskog tijela ili lika, te određujuće tačku kao presjek dvije linije. Naglasiti da se tačka može istaknuti na bilo kojem mjestu u prostoru, te da tačaka ima mnogo. Pokazati da tačkama možemo nacrtati liniju. Za crtanje pravih linija koristiti lenijar. Strpljivo insistirati na ispravnom korištenju lenijara, jer je za to neophodna određena motorička vještina.</p>	
C.1.3. Uočava i upoređuje objekte iz okoline prema mjerljivom obilježju.	<ul style="list-style-type: none"> Prepoznaće odnose među predmetima: dugokratko-jednake dužine, visoko-nisko-jednake visine, debelo-tanko-jednake debljine i sl. Određuje položaj predmeta: blizu-daleko, lijevo-desno, uspravno-koso-vodoravno, ispred-između-iza, ispod-na-iznad.

	<ul style="list-style-type: none"> Određuje najduži, najkraći, najdeblji, najmanji objekat. Upoređivanjem otkriva sličnosti i razlike prema osobinama i položaju predmeta. Procjenjuje veličinu predmeta na temelju vizuelne percepcije. Upoređuje i razvrstava objekte prema mjerljivom obilježju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1 MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje predmeta po: boji, dužini, visini, širini, debljini. Odnos među predmetima i veličina predmeta. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U dijelu Mjere i mjerena ostvarenje ishoda treba bazirati na procjeni na osnovu slika, određenog položaja predmeta i praktičnim mjerjenjima sa nestandardnim mjerama (relativnim i konstatnim). Dajemo primjere dužeg i kraćeg štapa, veće i manje lopte i sl. Učenici trebaju raditi praktična mjerena s relativnom mjerom (dlan, pedalj, stopa, korak) i konstantnom nestandardnom jedinicom (olovka, štap, pribor, čaša...), zatim procijeniti i uporediti rezultate mjerena kako bi na taj način shvatili potrebu za uvođenjem standardne jedinice.</p>	
C.1.4. Imenuje i koristi jedinice za novac.	<ul style="list-style-type: none"> Imenuje jedinicu za novac. Prepoznaće novčane vrijednosti konvertibilne marke (KM): kovanice 1KM, 2KM, 5KM i novčanicu od 10 KM. Zapisuje i čita dobivene vrijednosti. Upoređuje vrijednosti kovanica i novčanica. Sabira i oduzima količine istih jedinica u skupu brojeva do 10. Koristi novčane jedinice u svakodnevnom životu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1 MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Mjerenje veličina: jedinice za novac (konvertibilna marka-KM). Računanje jedinicama za novac (do 10). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U svrhu služenja novcem u svakodnevnom životu učenici upoznaju osnovnu jedinicu za novac - konvertibilnu marku (KM) s kojom mogu računati u skupu brojeva do 10. Najbolje je koristiti modele novčanih jedinica i vježbati s njima. Učenici bilježe količine s istoimenom jedinicom i računaju s njima ($6 \text{ KM}=1\text{KM}+5\text{KM}$, $6\text{KM}=2\text{KM}+2\text{KM}+2\text{KM}$), uče razlikovati jedinične vrijednosti kovanog novca i papirnih novčanica.</p>	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.1.1. Prikuplja, prikazuje i čita podatke iz jednostavnih tablica.	<ul style="list-style-type: none"> Prikuplja i razvrstava podatke. Prikazuje iste matematičke pojmove na različite načine crtežom, skupom i jednostavnom tablicom. Čita podatke prikazane jednostavnim tablicama. Razumije pojmove red i kolona u tabeli.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2

Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Rad na crtežu, skupu i jednostavnoj tablici. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Podaci koje učenici prikupljaju i razvrstavaju trebaju biti odabrani iz dječjeg svakodnevnog života i školskog okruženja. Glavni zadatak učitelja u ciklusu prikupljanja i organiziranja podataka jest da učenike nauči kako da efikasno i pregledno prikupe podatke. Poželjan način učenja prikupljanja podataka jest organizovanje istih u tablice crtica (jednostavna tablica). Učenici uz pomoć crteža ili skupa, grafički prikazuju iste matematičke pojmove. Čitaju podatke iz jednostavnih tablica te zapisuju podatke u dati red ili kolonu tablice.</p>	
D.1.2. Interpretira dobivene podatke i rezultate istraživanja.	<ul style="list-style-type: none"> Čita podatke prikazane jednostavnim tablicama i zapisuje podatke u određeni red, odnosno kolonu tablice. Razlikuje pojmove red i kolona u tabeli.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Skup brojeva do 10. Sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj desetici. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenici uz pomoć crteža ili skupa, grafički prikazuju iste matematičke pojmove. Čitaju podatke iz jednostavnih tablica i piktograma te razlikuju podatke u datom redu ili koloni tablice.</p>	
D.1.3. Koristi se crtežima i obrascima prebrojavajući različite rezultate.	<ul style="list-style-type: none"> Prebrojava različite rezultate (ishode događaja) u jednostavnim situacijama koristeći se konkretnim materijalima. Opisuje rezultat (ishod događaja) koji je blizak ličnom iskustvu koristeći se crtežima i obrascima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Skup. Elementi (članovi) skupa. Brojnost skupa. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prebrojavanje i razvrstavanje je dio našeg svakodnevnog života. Primjenjivati osnovni jezik vjerovatnoće (ishod, moguć, nemoguć, siguran, slučajan) u situacijama iz svakodnevnog života i upoređivati vjerovatnoću ishoda (manje vjerovatan, jednak vjerovatan, više vjerovatan). U korelaciji sa Mojom okolinom, učenicima pripremiti tablice u kojima crtežom prikazuju podatke (npr. broj sunčanih dana u mjesecu i sl.).</p>	
D.1.4. Koristi elemente kombinatorike i predviđa datu situaciju.	<ul style="list-style-type: none"> Određuje rasporede različitih elemenata nekog skupa u kojima je poredak bitan. Koristi se riječima: moguće, nemoguće, siguran i slučajan prema datoj situaciji.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje predmeta po boji, dužini (duljini), širini, visini i debljinu. Blizu-daleko, ispred-između-iza, ispod-na-iznad, uspravno-koso-vodoravno. Lijevo-desno. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Nastavni sadržaji na temu vjerovatnoće imaju brojne prednosti, koje nemaju druge matematičke discipline. Kroz sagledavanje pomenutog sadržaja djeca se susreću sa činjenicom da se mogu desiti različite situacije, koje se ne mogu precizno predvidjeti. Treba da kritički tumačimo sve mogućnosti i izabratи onu koja će se najverovatnije dogoditi. Na taj način djeca stiču iskustva u stvarnim životnim situacijama, u kojima je neophodno svakodnevno odlučiti o najboljoj opciji od mnogih. U isto vrijeme djeca treba da prihvate činjenicу da su neki događaji nemogući. Ponuđeni su odgovori moguće, nemoguće, siguran i slučajan, od kojih učenik odabere odgovor prema datoj situaciji.

2. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>A.2.1. Koristi se brojevima do 100 u opisivanju i prikazivanju količine i redoslijeda.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi prirodne brojeve do 20. • Predstavlja i upoređuje brojeve do 20 na brojevnoj polupravoj. • Razlikuje parne i neparne brojeve do 20 i uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. • Koristi redne brojeve od 1. do 20. • Zapisuje brojeve do 20 rimskim oznakama. • Broji, čita i zapisuje ciframa i brojevnom riječi brojeve do 100. • Predstavlja i upoređuje brojeve do 100 na brojevnoj polupravoj; uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. • Prikazuje brojeve na različite načine. • Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotine) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. • Razlikuje broj od cifre i brojevne riječi, te ih koristi u komunikaciji. • Koristi slovo kao oznaku za broj.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Čitanje i pisanje brojeva od 0 do 20 ciframa i brojevnim riječima. • Brojevna linija do 20 i upoređivanje brojeva do 20. • Prethodnik i sljedbenik broja u skupu brojeva do 20. • Jednocifreni i dvocifreni brojevi. • Parni i neparni brojevi. • Čitanje i pisanje brojeva do 20 rimskim oznakama. • Redni brojevi od 1. do 20. • Formiranje pojmovevi višekratnika (sadržilaca) broja 10. • Brojevna linija (crta): 0,10,20, 30,, 100. • Upoređivanje višekratnika (sadržilaca) broja 10 u prvoj stotini. • Brojevi prve stotine (stotice). • Niz brojeva: 0,1,2, 3, ... 99, 100. Brojanje (u oba smjera). Prethodnici i sljedbenici brojeva iz prve stotine. Brojevna linija (crta): 0 -100. • Upoređivanje brojeva iz prve stotine. Znaci: =, >, < . 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Brojeve do 20 učenici će postepeno upoznavati. Nastavnik koristi različite pristupe pri formiraju pojmove, predstava i zakonitosti (brojevni, skupovni i perceptivno-predodžbeni). Nastavnik će upoznati učenike da se broj može zapisivati ciframi i brojevnom riječi. Nastavnik će pomoći konkretnih predmeta (materijala) kod učenika razviti svijest da svaki sljedeći broj nastaje dodavanjem broja 1 prethodnom broju. Postupak izvoditi dodavanjem broja 1 na deseticu, pa dodavanjem broja 1 na broj 11 i tako redom. Deseticu (odnosno dvije i više desetica) možemo prikazati različitim skupinama od deset jedinica (moguće je koristiti štapiće, snopove štapića, brojevne kvadrice, Lego kocke i sl.). Na brojevnoj liniji učenici će uočavati prethodnik i sljedbenik broja (broj neposredno ispred i neposredno iza) određenog broja, te brojeve koji se nalaze između pojedinih brojeva. Očiglednim primjerima i na različite načine učenicima se prikazuju brojevi (skupovima, rastavljanjem na desetice i jedinice, rastavljanjem na zbir različitih sabiraka), kako bi učenici osvijestili mogućnost različitih prikaza istog broja. Potrebna je ravnopravna zastupljenost tri pristupa kod predstavljanja brojeva: skupovni, brojevni i perceptivno-predodžbeni (npr. korištenje brojevnih slika). Približiti racionalizirani postupak tumačenja i objašnjavanja broja ($10+7=17$ nije rezultat sabiranja, već poimanje broja 17). Učenici brojeve prikazuju na unaprijed pripremljenim brojevnim linijama. Postupno se spoznaje brojanje unaprijed i unazad (redom i od zadanog broja), te brojanje zadanim korakom počevši po 2 i 5 redom (po 2: 2, 4, 6,...) i od zadanog</p>	

broja (od broja 3 broje po 2: 3, 5, 7,...). Nastavnik će postavljanjem odgovarajućih pitanja i dalje poticati učenike da uočavaju razliku između rednih i glavnih brojeva kao i pravilnu upotrebu brojevnih riječi prilikom zapisivanja i čitanja. Korištenjem brojevne linije omogućit će se očiglednost nizanja i niza brojeva prve stotine. Preporučuje se da se s učenicima uvježbava nastavljanje niza prema zadanom pravilu. Poželjno je uvježbavati različite nizove, a ne samo brojevne nizove.

A.2.2. Izvodi računske operacije sabiranja i oduzimanja u skupu do 20, u skupu do 100 računa bez prelaza i provjerava dobivena rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Sabira i oduzima u skupu brojeva do 20, te sa višekratnicima (sadržiocima) broja 10 u prvoj stotini. Sabira i oduzima bez prelaza u skupu brojeva do 100. Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija sabiranja i oduzimanja. Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. Provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-1.2.2

Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Sabiranje i oduzimanje u skupu brojeva do 20. Izračunavanje zbirova od tri sabirka, sa i bez upotrebe zagrada. Sabiranje brojeva i oduzimanje brojeva u drugoj desetici (oblici kao: 10+4, 14-4, 13+4, 17-4, 10+10). Sabiranja kada su sabirci iz prve desetice, a zbir iz druge desetice i odgovarajuća oduzimanja. Veza između sabiranja i oduzimanja. I slovo nekada uzimamo da je broj. Nepoznati broj. Svojstva zbira: Nula kao sabirak. Pravilo zamjene mjesta sabiraka. Grupisanje (združivanje) sabiraka. Svojstva razlike: nula kao umanjitelj, umanjitelj jednak umanjeniku. Sabiranje i oduzimanje višekratnika (sadržilaca) broja 10 u prvoj stotini. Sabiranje i oduzimanje brojeva unutar desetica (oblici: 50+4, 54-4, 73+4, 77-4). 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Konkretnim primjerima iz neposredne okoline sabiranje se povezuje s riječi više, a oduzimanje s riječi manje. Upotrebljavaju se primjeri u kojima će učenici povezivati sabiranje brojeva s izrazima više od, i, ukupno ili za toliko više, a oduzimanje s riječima manje od, za toliko manje. Prije prelaska na matematički zapis učenici su također povezivali račun i rješenje s izrazima je, jednako, jednako je ili je jednako. Nakon što je ovaj proces postao potpuno jasan, prelazi se na matematički zapis u kojem se koriste znakovima + (više ili plus), – (manje ili minus) i = (je, jednako, jednako je, je jednako). Važno je naglasiti da je znak = znak koji prikazuje jednakost lijeve i desne strane. Iako obično čitamo slijeva na desno, u jednakosti $4+12=16$ može se reći i zapisati da je 16 jednako $4+12$. Preporučeni pristupi za formiranje pojma računskih operacija su skupovni i kombinacija skupovnog i brojevnog. U drugom razredu početni primjeri se ilustruju na brojevnoj liniji. Važno je poticati automatizaciju sabiranja i oduzimanja do 20 jer je to kasnije osnova za usmeno i pismeno računanje s većim brojevima. Učenici trebaju upoznati nazive za članove računskih operacija. U početnoj nastavi matematike učenici se upoznaju s oba naziva, i računska radnja i računska operacija, no s vremenom se teži ujednačenoj upotrebi izraza računska operacija. Zamjenu mjesta sabiraka (osobinu komutativnosti) učenici uočavaju na konkretnim primjerima. Sabiranje tri sabirka različitim združivanjem (grupisanjem) sabiraka učenici uočavaju da je zbir nepromjenjen (osobina asocijativnosti). Učenici se ne služe nazivima komutativnost i asocijativnost. Preko konkretnih primjera navesti učenike da zaključe i da su sabiranje i oduzimanje suprotne računske operacije. Vezu između sabiranja i oduzimanja učenici koriste kada je jedan broj u jednakosti nepoznat, tj. prikazan kvadratičem i uočavaju da suprotnom računskom radnjom mogu provjeriti rezultat računanja. Sabiranje i oduzimanje u skupu višekratnika (sadržilaca) broja 10 tumačiti analogno sabiranju u prvoj desetici. U ovom razredu potrebno je uraditi sabiranje i oduzimanje brojeva do 100 unutar desetica (oblici kao: 50+4, 54-4, 73+4, 77-4), odnosno sabiranje brojeva prve stotine kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka manji od 10 ($ab+cd$, $b+d < 10$) i odgovarajuća oduzimanja. Ostali oblici se rade u trećem razredu. Osim upoređivanja brojeva za procjenjivanje dobivenih rješenja neophodna je i procjena izbora odgovarajućih postupaka, metoda i operacija. Kod provjeravanja rezultata računanja primjenjivati zaključke o vezi računskih operacija sabiranja i oduzimanja.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.2.1. Prikazuje matematičke situacije simbolima.	<ul style="list-style-type: none"> Povezuje količinu i broj. Uočava i analizira strukturu broja. Upoređuje brojeve do 20 uz korištenje matematičkih oznaka. Upoređuje brojeve od 21 do 100 uz korištenje matematičkih oznaka. Imenuje članove/komponente u računskim operacijama i izrazima. Koristi matematički jezik i oznake ($>, =, <, \neq, +, -$) pri zapisivanju matematičkih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje brojeva i zapisivanje odnosa među brojevima (znakovi $>, =, <$). Sabiranje i oduzimanje brojeva do 20. Sabiranje i oduzimanje brojeva do 100 - oblici bez prelaza (70+5, 75+2, 75-5, 75-2).
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Sabiranje i oduzimanje u drugoj desetici raditi kroz igru, pomoću konkretnog materijala iz neposredne okoline, didaktičke ilustracije (jedinica je jedan kvadratič, a deseticu čini stubić od deset kvadratiča), kroz posmatranje i iskustveno učenje. Konkretan, odnosno didaktički materijal učenici koriste sve dok im treba i dok ne ostvare kognitivni skok na apstraktni nivo. Nakon skupovnog pristupa sabira se i oduzima na brojevnoj liniji. Poticati automatizaciju sabiranja i oduzimanja do 20 i prelazak na računanje na simboličkom nivou, jer je to osnova za računanje s većim brojevima. Učenici trebaju upoznati i koristiti nazive za članove matematičkog izraza. Dodatna motivacija i razumijevanje mogu se postići uvođenjem savremenih materijala, korištenjem informaciono-komunikacionih tehnologija, voditi računa da prevlada razumijevanje sadržaja u odnosu na pamćenje. Napomena: ovaj ishod se dodatno ostvaruje kroz ishod A.2.1 iz oblasti A</p>	
B.2.2. Rješava različite tipove matematičkih zadataka, analizira algebarski izraz i primjenjuje matematičke zakonitosti.	<ul style="list-style-type: none"> Računa do 20 i koristi se stečenim znanjima u rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. Procjenjuje i izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir redoslijed računskih operacija. Računa u obimu broja 100, oblici bez prelaza (70+5, 75+2, 75-5, 75-2). Primjenjuje svojstvo komutativnosti i asocijativnosti prilikom sabiranja. Imenuje članove u algebarskim izrazima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje brojeva /znakovi $>, =, <, \neq, +, -, ()/$. Sabiranje i oduzimanje brojeva do 20. Upotreba zagrade. Sabiranje i oduzimanje do 100 bez prelaza (70+5, 75+2, 75-5, 75-2). Zamjena mesta sabiraka, nula kao sabirak. Združivanje sabiraka. Svojstva razlike, nula kao umanjitelj, umanjitelj jednak umanjeniku.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Ovaj ishod se direktno oslanja na ishod B.1.2. iz prvog razreda, prethodno znanje o strukturi brojeva do 100 i matematičkim znakovima, te uz usvajanje matematičkih znanja i vještina kod učenika se već donekle razvijeni matematički procesi produbljuju. Učenici će rješavati različite tipove zadataka, uvrštavati broj u algebarski izraz ($a+3$), analizirati sastav (tekstualnog) problema i razlikovati: tekst (poznate podatke i nepoznate podatke) i pitanje. Učenici će rješavati tekstualne zadatke i problemske situacije, analizirati problem, sistematično ga rješavati (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja izraz, računa, sastavlja i piše odgovor) i koristiti različite strategije rješavanja. Sadržaj tekstualnih zadataka tematski povezati sa drugim nastavnim predmetima, situacijama iz svakodnevnog života te sa obrazovnim oblastima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. Učenike treba poticati da koriste nazive za članove u brojevnom izrazu.</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> • Koristi slovo i prazan kvadratič kao simbol za broj. • Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do 20 i operacije sabiranja i oduzimanja desetica do 100). • Izračunava vrijednost nepoznatog člana jednačine i vrijednosti nepoznatog člana nejednačine u skupu brojeva do 20 i desetica do 100. • Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju i dopunjavanju jednakosti i nejednakosti u skupu brojeva do 100 ($<$, $>$, $=$). • Identificira osnovne nejednačine ($x < 20$, $x > 15$, $50 < x < 80$). • Primjenjuje svojstva računskih operacija. • Uočava vezu između sabiranja i oduzimanja i vrši provjeru rezultata sabiranja odnosno oduzimanja inverznom računskom operacijom. • Provjerava rješenja i koristi se jednostavnim matematičkim jezikom za saopštavanje rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1 MTP-2.2.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> • Nepoznati broj. • I slovo nekada uzimamo da je broj. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Upoređivanje brojeva iz prve stotice. Znaci $<$, $>$, $=$.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
	<p>Nastavak rada na izračunavanju nepoznatog broja započeti naslanjanjem na nastavne sadržaje koje su učenici usvajali u 1. razredu tako što ćemo oznaku za nepoznati broj predstaviti učenicima poznatim znakom - prazan kvadratič. Potom će se preći na matematički zapis u kome koristimo slovo za označavanje nepoznatog broja. Prilikom rješavanja jednačine početi od određivanja nepoznatog broja na osnovu usmenog računanja, zatim na zapisivanje oblika ($a + 6 = 12$; $a = 6$ jer je $12 - 6 = 6$). Kod rješavanja nejednačine učenike podsticati da se koriste odbrojavanjem/nabranjem do rješenja: ($15 < x < 20$, do rješenja dolazimo odbrojavanjem/nabranjem $x: 16, 17, 18, 19$). Učenike potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskažu šta je poznato, a šta nepoznato, te koji su to matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Pokazati učenicima kako će do rješenja doći primjenom veze između sabiranja i oduzimanja.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> • Otkriva i objašnjava kriterije po kojima su elementi raspoređeni (jednocifreni-dvocifreni brojevi, parni-neparni brojevi, redni-glavni brojevi, najveći-najmanji brojevi u skupu do 100). • Objasnjava raspored brojeva do 100 po analogiji s brojevima do 20 koristeći brojevnu pravu. • Zaključuje po analogiji (sabiranje desetica je analogno sabiranju jedinica i sl.). • Prikuplja i razvrstava podatke, prikazuje ih u jednostavnim tabelama. • Čita podatke iz tabela, piktograma, grafikona. • Koristi matematički jezik kojim saopštava ideje i provjerava istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima. • Objasnjava rečenice oblika „Ako je $15+2=17$, onda je $17-2=15$ i $17-15=2$“.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.3

Ključni sadržaji

- Brojevna linija (crta): 0,10, 20...100.
- Upoređivanje višekratnika broja 10 u prvoj stotini.
- Formiranje pojmoveva ostalih brojeva prve stotine.
- Niz brojeva do 100. Brojanje (opadajući i rastući brojni niz).
- Prethodnici i sljedbenici brojeva iz prve stotine.
- Brojevna linija (crta) do 100.
- Upoređivanje brojeva prve stotine. Znaci: <,>,=.
- Veza između sabiranja i oduzimanja.

Preporuke za ostvarenje ishoda

U podučavanju ovog dijela matematike potrebno je stimulirati učeničke kognitivne sposobnosti kako bi se naučili pravilno i tačno izražavati matematičkim jezikom, koristiti matematičke simbole, da do rješenja dolaze promišljanjem o problemu, povezivanjem ranije naučenih sadržaja sa novim gradivom. Zaključivanjem po analogiji učenici sabiraju i oduzimaju desetica do 100 (ako je $5+3=8$, onda je $50+30=80$ i sl.). Rješavanje tekstualnih zadataka izvesti po etapama: analiza podataka, šta je poznato/nepoznato, matematički zapis, postavljanje rješenja i osmišljavanje odgovora. Učenike poticati da što više koriste matematička znanja u svakodnevnom životu (odlazak u trgovinu, praćenje vremena: sedmice, mjeseci, godina i sl.). Uvesti procjenu rezultata numeričkog izraza.

Oblast: C/ Geometrija i mjerena

Ishod učenja	Razrada ishoda
C.2.1. Imenuje, opisuje i crta geometrijska tijela i likove. Povezuje svojstva i odnose geometrijskih objekata.	<ul style="list-style-type: none"> • Uočava i prepozna predmete iz okruženja koji imaju sličnosti i razlike sa geometrijskim tijelima oblika kocke, kvadra, piramide, lopte, valjka i kupe. • Imenuje i opisuje ravne i zakrivljene površi na tijelima, povezuje odnose među geometrijskim tijelima i likovima. • Posmatranjem, dodirivanjem i crtanjem površi razlikuje geometrijska tijela (oba i rogljasta) i geometrijske likove (trougao, kvadrat, pravougaonik, krug) kao njihove plohe (strane). • Izrađuje modele tijela i likova. • Koristi geometrijski pribor pri crtaju tijela i likova. • Opisuje međusobne odnose matematičkim jezikom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1 MTP-3.1.2

Ključni sadržaji

- Predmeti oblika lopte, valjka i kupe
- Predmeti oblika kocke, kvadra i piramide (strane, vrhovi, bridovi/ivice).
- Površi-granice predmeta.
- Ravne i zakrivljene površi (plohe).
- Pravougaonik, kvadrat, trougao i krug

Preporuke za ostvarenje ishoda

Proširivanje znanja o geometrijskim tijelima i njihovim svojstvima započeti kroz posmatranje predmeta iz učeničkog okruženja, dodirivanjem predmeta i opisivanjem površi (ploha) predmeta, uočavanjem ravnih i zakrivljenih površi, imenovanjem površi (likovi: kvadrat, trougao, pravougaonik, krug), uočavanjem sličnosti i razlika posmatranih predmeta i likova. Matematičkim jezikom opisivati međusobne odnose. Zatim preći na zadatke-igre sklapanja i rasklapanja modela geometrijskih tijela te slaganje slika različitim geometrijskim likovima, primjer: Sastavi lik „Robot“- koristi 5 pravougaonika, 2 kvadrata, 3 kruga i sl. Poticati na pravilno i uredno crtanje geometrijskih oblika uz korištenje geometrijskog pribora.

<p>C.2.2. Upoređuje predmete i duži prema mjerivom svojstvu. U procesu mjerjenja koristi mjerne jedinice.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Prepozna nepouzdanost nekonvencionalnih mjera. • Praktično primjenjuje mjerena i količinske odnose. • Procjenjuje, upoređuje i mjeri dužinu, masu, zapreminu, vrijeme i novac (osnovne jedinice za mjerjenje u skupu brojeva do 20). • Čita i bilježi rezultate mjerena mernim brojem i jedinicom mjere (metar, kilogram, litar, sat, minuta, konvertibilna marka, konvertibilni fening). • Računa (sabira i oduzima u skupu brojeva do 20) sa istoimenim jedinicama. • Upotrebljava novčane jedinice (KM, KF) u svakodnevnom životu. • Određuje i mjeri vremenski interval odgovarajućim mernim instrumentom (služi se satom i kalendarom).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Mjerjenje dužine. Jedinice za dužinu (metar). • Mjerjenje mase. Jedinice za masu (kilogram). • Mjerjenje količine tečnosti. Jedinice za količinu tečnosti (litar). • Mjerjenje vremena. Jedinice za vrijeme (sat, minuta). • Jedinice za novac (konvertibilna marka, konvertibilni fening). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Pri poučavanju ovog sadržaja početi mjerjenjima predmeta i objekata nekonvencionalnim mjerama, korak, pedalj, dužinama predmeta: štap, olovka zatim rezultate mjerena uporediti, kako bi učenici uočili nepouzdanost ovakvog načina mjerjenja. Procijeniti i upoređivati količinu, dužinu, masu (najduža, najkraća, najteža, najlakša, najveća, najmanja i sl.). Upoznaјu se standardne mjerne jedinice i njihove označke. Upoređuju mjerne brojeve dužine, visine, širine, količine tečnosti, vremenski tok i vrijednosti u novcu. Matematičkim simbolima i jedinicama zapisuju mjere. Obratiti pažnju da učenici pri mjerjenju imaju pravilan postupak mjerjenja, evidenciju mjerjenja, odabir mernih instrumenata, jedinicu mjere zapisanu skraćenicom i na kraju izvršiti upoređivanje rezultata mjerjenja.</p>	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>D.2.1. Prikuplja i prikazuje podatke jednostavnom tablicom i piktogramom.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Uvrštava podatke iz neposredne okoline u gotovu tablicu. • Prikazuje iste matematičke pojmove na različite načine crtežom, skupom, piktogramom i jednostavnom tablicom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Rad na crtežu, skupu, jednostavnoj tablici i piktogramu. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenici trebaju unutar razrednih istraživanja iz neposredne okoline bilježiti i razvrstavati podatke te ih prikazivati neformalnim načinima (crtež, skupovi) jednostavnim tablicama ili piktogramima. Kako bi se učenici osamostalili i osjećali sigurnost i zadovoljstvo u onom što rade prvo treba zajednički, a potom u grupama podatke uvrstiti u jednostavne tablice i piktograme. Ovaj ishod se ostvaruje u različitim predmetima u kojima pratimo neke pojave i prikupljamo podatke (Moja okolina, Bosanski jezik i književnost). Te podatke prikazujemo u matematičkim oblicima reprezentacije (tablicama i piktogramima). Nastavnik usmjerava učenika postavljanjem odgovarajućih pitanja da tumači prikupljene i razvrstane podatke iz jednostavnih tablica i piktograma. Pojmove red i kolona primjenjuje u zadanim situacijama.</p>	

D.2.2. Interpretira dobivene podatke rezultata istraživanja.	<ul style="list-style-type: none"> Koristi podatke iz jednostavnih tablica i pikrograma povezujući ih sa okolinom. Koristi pojmove red i kolona.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Skup brojeva do 20. Sabiranje i oduzimanje brojeva u drugoj desetici. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Nastavnik usmjerava učenika, postavljanjem odgovarajućih pitanja, da tumači prikupljene i razvrstane podatke iz jednostavnih tablica i pikrograma. Pojmove red i kolona primjenjuje u zadanim situacijama.	
D 2.3. Tumači i upoređuje vjerovatnoću ishoda.	<ul style="list-style-type: none"> Upoređuje vjerovatnoću ishoda (manje vjerovatan, jednak vjerovatan, više vjerovatan).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Mjere i mjerena (metar, kilogram, litar, sat, minuta, konvertibilna marka). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Upoređivanje vjerovatnoće odnosi se na dobiveni rezultat (npr. nakon mjerena), te se preporučuje upotreba termina: manje vjerovatan, jednak vjerovatan, više vjerovatan.	
D.2.4. Predviđa događaje u datoј situaciji.	<ul style="list-style-type: none"> Predviđa da li je neki događaj moguć ili nemoguć prema datoј situaciji. Objašnjava zašto je neki događaj moguć/nemoguć.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Geometrijska tijela i geometrijski likovi. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Ovaj ishod priprema učenike za razumijevanje i primjenu pojma vjerovatnoće kako bi osvijestili da neki događaj ili pojava mogu završiti različitim ishodima te kako bi se ujedno osposobili za pravilnu upotrebu riječi moguće/nemoguće.	

3. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.3.1. Služi se brojevima do 100 u opisivanju i prikazivanju količine i redoslijeda.	<ul style="list-style-type: none"> Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 100 i stotice prve hiljade (tisuće). Koristi redne brojeve od 1. do 100. Zapisuje brojeve do 100 rimskim oznakama. Razlikuje parne i neparne brojeve do 100 i uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. Prikazuje brojeve na različite načine. Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. Razlikuje broj od cifre i brojevne riječi, te ih koristi u komunikaciji.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Skup brojeva do 100. Rimski brojevi od 1 do 100 (I-C). Zapisivanje brojeva od 1 do 100 rimskim oznakama. Parni i neparni brojevi do 100. Stotice prve hiljade (tisuće).
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Potrebno je ravnopravno zastupiti tri pristupa: skupovni, brojevni i perceptivno-predodžbeni (npr. korištenje brojevnih slika) kod predstavljanja brojeva i formiranja pojmoveva, predstava i zakonitosti. Postupak upoređivanja brojeva do 100 skratiti određivanjem vrijednosti stotica (desetica, odnosno jedinica). Pri upoređivanju brojeva potrebno je ići induktivnim putem tako da različitim primjerima navodimo učenike da sami uoče pravila za upoređivanje višecifrenih brojeva. U 3. razredu proširujemo skup rimskih oznaka za brojeve do 100. Kod proširavanja skupa rimskih oznaka za brojeve do 100 moguća je primjena edukativnih igara (šibice, mozgalice i sl.). Prepoznavanje parnih i neparnih brojeva temelji se na predznanju i automatizovanom prepoznavanju u skupu brojeva do 100. Uz pomoć brojevne crte omogućiti očiglednost nizanja i niza brojeva prve stotine i stotina prve hiljade.</p>	
A.3.2. Izvodi sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje u skupu brojeva do 100 i provjerava dobivena rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Sabira i oduzima u skupu brojeva do 100. Množi i dijeli u skupu brojeva do 100. Pri računanju koristi osobine i veze računskih operacija. Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-1.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Sabiranje brojeva prve stotine kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka jednak 10 i odgovarajuća oduzimanja. Sabiranje brojeva prve stotine kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka veći od 10 i odgovarajuća oduzimanja. Sabiranje više sabiraka. Zgrade. Oduzimanje više brojeva. Zgrade. Veza sabiranja i oduzimanja. Zadaci sa dvije operacije. Znak „·“ (puta). Množenik, množilac (množenje broja i množenje brojem). Faktori ili činioci i produkt ili umnožak ili proizvod. Množenje brojeva (i množenje brojem) prve desetice. Tablica množenja. Broj 1 i broj 0 kao faktori množenja. Osobine proizvoda: zamjena mjesta faktorima (komutativnost), asocijativnost. 	

- Pisanje dvocifrenog broja u obliku $a \cdot 10 + b$.
- Dijeljenik (broj koji se dijeli), djelitelj (broj kojim se dijeli), količnik (ishod dijeljenja).
- Dijeljenje brojevima prve desetice.
- Količnik čiji je djeljenik broj 0.
- Količnik čiji je djelitelj broj 1 (dijeljenje nulom nema smisla).
- Tablica dijeljenja.
- Veza množenja i dijeljenja.
- Množenje zbira i dijeljenje zbira brojem.
- Osobine dijeljenja: distributivnost.
- Izvantablična množenja i izvantablična dijeljenja (npr. $15 \cdot 3$ i $30:2$).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Kako bi se potaknule i razvijale misaone operacije (analiza, sinteza, apstrakcija, identifikacija, specijalizacija i generalizacija) potrebno je učenike neprestano poticati na procjenu rezultata te provjeru rješenja i vještinu usmenog računanja (po potrebi rastavljanjem broja na zbir višekratnika/sadržalaca dekadskih jedinica ili zapisivanjem djelimičnih rezultata). Kada to okolnosti dopuštaju, uvježbavanje usmenog sabiranja i oduzimanja moguće je i primjenom edukativnih računalnih igara i dr. Potrebno je koristiti se različitim situacijama i zadacima u kojima treba primjenjivati sabiranje i oduzimanje. Tek kada je dobro usvojen postupak sabiranja i oduzimanja rastavljanjem, može se preći na pismeni postupak sabiranja i oduzimanja. Učenicima je potrebno objasniti sabiranje i oduzimanje s prelazom različitim metodama. Pisano sabiranje i oduzimanje usvaja se postupno primjenom brojevnih kartica, tablice mjesnih vrijednosti i pravilnog matematičkog zapisa. Potrebno je zajednički formirati tablicu množenja brojem (uzastopnim sabiranjem), te tablicu dijeljenja brojem (uzastopnim oduzimanjem istog broja od zadanog broja). Učenike je potrebno podučiti i načinu dijeljenja zbira brojeva datim brojem, npr. $28:4=(20+8):4=20:4+8:4=\dots$, kako bi postupak dijeljenja lakše usvajali te istodobno i prihvatali matematičke zakonitosti. Osobina komutativnosti, te veza množenja i dijeljenja u računanju, primjenjuju se kao pomoć prilikom računanja. Učenici se poučavaju kako odrediti broj koji je nekoliko puta veći od zadanog broja i nekoliko puta manji od zadanog broja, određuju sadržaoce brojeva u okviru tablice množenja te se snalaze u samoj tablici. Dovoljno vremena treba posvetiti razlikovanju izraza uvećaj za (sabiranje) i uvećaj nekoliko puta (množenje) te umanji za (oduzimanje) i umanji nekoliko puta (dijeljenje). Učenici će usvojiti pravilo o množenju i dijeljenju brojem 10, odrediti parne i neparne brojeve, određivati polovinu, trećinu, četvrtinu... nekog broja, a posebno treba обратiti pažnju na ulogu brojeva 1 i 0 u množenju i dijeljenju. Polovinu, trećinu, četvrtinu i druge dijelove učenici prepoznaju i grafički prikazuju. Upoznat će se s nazivima članova računskih operacija množenje i dijeljenje (u množenju imamo različite nazive). U 3. razredu očekujemo da učenici razumiju koncept množenja i dijeljenja, da postupno usvoje tablicu množenja, te da odrede u kojim se situacijama množenje i dijeljenje primjenjuje. Treba težiti automatizaciji tablice množenja i dijeljenja. Na temelju predznanja o vezi sabiranja i oduzimanja, treba uočiti vezu množenja i dijeljenja i rješavati četiri jednakosti npr. $3 \cdot 7 = 21$, $7 \cdot 3 = 21$, $21:3 = 7$, $21:7 = 3$. Korisno je znati kada i koju matematičku spoznaju možemo upotrijebiti kako bismo došli do rješenja. Kako bi se ta spoznaja upotrijebila za organizovanje i provjeru rezultata, potrebno je zadavati različite tipove zadataka, pa i problemske, u kojima učenici moraju osmislitи kojom strategijom ili računskom operacijom mogu riješiti problem. Na taj način učenici će osvijestiti važnost računskih operacija, čitanja u svrhu razumijevanja i rješavanja zadataka.

Oblast: B/Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.3.1. Analizira i matematičkim jezikom prikazuje strukturu broja te zaključuje o matematičkim situacijama koristeći algebarske oznake.	<ul style="list-style-type: none"> • Povezuje količinu i broj. • Uočava i razlikuje strukturu dvocifrenog broja. • Prikazuje prirodne brojeve do 100 i opisuje kvantitativne odnose. • Upoređuje brojeve do 100 uz korištenje matematičkih oznaka. • Imenuje članove /komponente u računskim operacijama i izrazima. • Koristi matematički jezik i znakove ($>$, $=$, $<$, \neq, \leq, \geq, $+$, $-$, \cdot, $:$, x, s, m, \dots kao simboli za nepoznati broj) pri zapisivanju matematičkih izraza u govornoj i slikovnoj formi te zaključuje na osnovu njih.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2

Ključni sadržaji

- Relacije \leq i \geq .
- Znakovi za računske operacije množenje i dijeljenje „ \cdot “ i „ $:$ “.
- Upoređivanje brojeva i zapisivanje odnosa među brojevima (znakovi $>$, $=$, $<$).
- Sabiranje i oduzimanje brojeva do 100 (sabiranje brojeva prve stotice kada je zbir naznačenih jedinica sabiraka manji od 10, jednak 10 i veći od 10) i odgovarajuća oduzimanja.
- Množenje i dijeljenje brojeva do 100.
- Slovo kao oznaka za nepoznati broj.

Preporuke za ostvarenje ishoda

U 3. razredu sabiramo i oduzimamo do 100 didaktičkim ilustracijama: pomoću konkretnog materijala, zatim pomoću novca, skupovnog prikaza i brojevne linije. Didaktički materijal koristimo u početnoj fazi kao i konkretne ilustracije brojeva npr. kvadratić je jedinica, desetica je 10 kvadratića, analiziramo zapis i strukturu broja i tek u završnoj fazi prelazimo na upotrebu brojevne linije. Učenici množenje i dijeljenje u okviru tablice množenja, također, usvajaju postupno uz očigledan pristup i uočavanje veze. Kod učenika treba poticati verbalizaciju postupka kako bi usvojili postupak sabiranja i oduzimanja i prešli na računanje na simboličkom nivou jer računanje do 100 ima izuzetnu važnost u početnoj nastavi matematike. Učenici će koristiti matematički jezik i oznake za osnovne matematičke operacije u skupu brojeva do 100. Dodatna motivacija i razumijevanje mogu se postići uvođenjem savremenih didaktičkih materijala, korištenjem informaciono-komunikacionih tehnologija, ali voditi računa da prevlada razumijevanje sadržaja u odnosu na mehaničko računanje. Napomena: ovaj ishod dodatno se ostvaruje kroz ishode iz oblasti A.

B.3.2. Rješava različite tipove matematičkih zadataka, primjenjuje matematičke zakonitosti i izračunava vrijednost algebarskog izraza.	<ul style="list-style-type: none"> • Računa do 100 i koristi se stečenim znanjima u rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. • Izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir redoslijed računske operacije. • Rješava zadatke sabiranja i oduzimanja u obimu broja 100 ($ab+cd$, $b+d < 10$; $ab+cd$, $b+d > 10$, $ab+cd$, $b+d=10$). • Uočava i primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja. • Shvata množenje kao zbir jednakih sabiraka. • Množi i dijeli u okviru tablice množenja i dijeljenja do 100. • Uočava i primjenjuje vezu množenja i dijeljenja. • Zapisuje broj u obliku $a \cdot 10^b$. • Primjenjuje komutativnosti i asocijativnosti množenja. • Imenuje članove u algebarskim izrazima. • Koristi aritmetičke operacije za rješavanje problema. • Uočava vezu i redoslijed između osnovnih računske operacija i provjerava jednu operaciju pomoću druge i primjenjuje vezu sabiranja i oduzimanja. • Uvrštava broj u algebarski izraz i izračunava vrijednost algebarskog izraza sa i bez zagrada.
---	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
---------------------------	----------------------------

Ključni sadržaji

- Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, \neq , \leq , \geq).
- Sabiranje i oduzimanje brojeva do 100.
- Upotreba zagrade.
- Množenje i dijeljenje brojeva do 100.
- Vezu sabiranja i oduzimanja.
- Združivanje sabiraka.
- Vezu množenja i dijeljenja.
- Osobine množenja (asocijativnost i komutativnost).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ovaj ishod se direktno oslanja na ishod B.2.2. iz drugog razreda, tako da se kod učenika već usvojeni matematički procesi kroz ovaj ishod produbljuju. Učenici će rješavati različite tipove zadataka, uvrštavat će broj u algebarski izraz te će uz sistematičan pristup rješavati složenije tekstualne zadatke i problemske situacije. Svojstva računske operacije učenici uočavaju i usvajaju na konkretnim primjerima.

<p>B.3.3. Sastavlja i zapisuje jednačine i nejednačine, izračunava vrijednost nepoznatog člana, provjerava tačnost rješenja.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Koristi slovo kao simbol za broj. • Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do 100). • Opisuje postupak rješavanja jednačine. • Predviđa rješenja postavljenih elementarnih nejednačina. • Izračunava vrijednost nepoznatog člana jednačine i nejednačine u skupu brojeva do 100. • Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju jednakosti i nejednakosti u skupu brojeva do 100 ($<$, $>$, $=$). • Identificira osnovne nejednačine ($x < 20$, $x > 15$, $57 < x < 81$). • Primjenjuje svojstva računskih operacija. • Provjerava tačnost dobivenog rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Rješavanje osnovnih jednačina. • Izračunavanje nepoznatog sabirka. • Izračunavanje nepoznatog umanjenika. • Izračunavanje nepoznatog umanjioca. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Upoređivanje brojeva iz prve stotine. Znaci $<$, $>$, $=$. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Nastavak rada na izračunavanju nepoznatog broja potrebno je započeti nadogradnjom na nastavne sadržaje koje su učenici upoznali u 2. razredu. U matematičkom zapisu koristimo slovo za označavanje nepoznatog broja. Prilikom usvajanja postupka rješavanja jednačine početi od određivanja nepoznatog broja na osnovu usmenog računanja, zatim na matematičko zapisivanje i objašnjenje postupka rješavanja jednačine izračunavanja nepoznatog sabirka, umanjenika i umanjioca uz provjeru dobivenih rješenja. Prilikom rješavanja nejednине učenike podsticati da se koriste odbrojavanjem/nabranjem do rješenja npr. do rješenja nejednačine $15 < x < 20$ dolazimo odbrojavanjem/nabranjem $x: 16, 17, 18, 19$.</p>	
<p>Učenike potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskažu šta je poznato, a šta nepoznato, te koji su matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Pokazati učenicima kako će do rješenja doći primjenom veze između operacija sabiranja i oduzimanja. Provjeru rezultata vršiti suprotnom računskom operacijom (osim izračunavanja nepoznatog umanjioca) uz obavezno objašnjenje postupka provjere rezultata. Učenici mogu određivati i nepoznati faktor, djeljenik i djelilac.</p>	
<p>B.3.4. Formuliše pitanja svojstvena matematici i logički zaključuje pri rješavanju matematičkih problema i situacija.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Otkriva i objašnjava kriterije po kojima su elementi raspoređeni (jednocifreni-dvocifreni brojevi, parni-neparni brojevi, redni-glavni brojevi, najveći-najmanji brojevi u skupu brojeva do 100). • Predstavlja brojeve do 100 na brojevnoj pravoj. • Uočava, imenuje i zapisuje prethodni i sljedeći broj prema traženom podatku. • Zaključuje po analogiji (sabiranje desetica je analogno sabiranju jedinica i sl.). • Zaključuje od pojedinačnog ka općem. • Provjerava istinitost tvrdnje na konkretnom primjeru. • Po etapama dolazi do rješenja tekstualnih zadataka. • Uočava vezu između osnovnih računskih operacija i primjenjuje u rješavanju matematičkih problema. • Koristi matematički jezik kojim postavlja pitanja, saopštava ideje i provjerava istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima. • Objasnjava rečenice oblika „Ako je $25+2=27$, onda je $27-2=25$ i $27-25=2$“, „za koliko više ...“, „koliko puta više...“.

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1 MTP-2.3.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Niz brojeva do 100, redni brojevi, parni i neparni brojevi. • Stotine prve hiljade. • Brojevna linija (crta) do 100. • Upoređivanje brojeva prve stotine. Znaci: <, >, =. • Veza između sabiranja i oduzimanja. • Veza između množenja i dijeljenja. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenike treba poticati da se izražavaju matematičkim jezikom, koriste matematičke simbole, da do rješenja dolaze promišljanjem o problemu, da povezuju ranije naučene sadržaje sa novim nastavnim sadržajima.</p> <p>Zaključivanjem po analogiji dovesti do usvajanja novih nastavnih sadržaja vezanih za sabiranje i oduzimanje u obimu broja 100 ($3+5=8$; $43+5=48$; $63+5=68$). Učenike usmjeravati da zaključuju od pojedinačnog i konkretnog ka općem i apstraktном. Rješavanje tekstualnih zadataka provesti različitim strategijama rješavanja problema, ali primjenjujući i već poznati pristup (čitanje zadatka, analiza, izdvajanje podataka, ključne riječi, postavljanje izraza, računanje, odgovor). Učenike poticati da primjenjuju usvojena matematička znanja u svakodnevnom životu: u igri, trgovini, na pijaci.</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.3.1. Razlikuje i predstavlja prave, poluprave i duži u različitim međusobnim odnosima koristeći simbole i grafički prikaz.	<ul style="list-style-type: none"> • Imenuje i opisuje geometrijska tijela i likove u životnim situacijama (predmeti) i matematičkim okolnostima (modeli, slike). • Opaža i imenuje ravne i zakrivljene površi i klasificira ih. • Uočava likove oblika trougla, kvadrata, pravougaonika i kruga u okruženju. • Crta i označava geometrijske figure u ravni (prava, poluprava, duž, kružnica). • Uočava duž kao dio prave, poluprave. • Razlikuje odnose između tačaka, duži, pravih, polupravih u ravni. • Samostalno uočava i upoređuje linije/crte (prave, poluprave, duži i kružnice). • Uočava i upoređuje broj pravih koje prolaze jednom tačkom i pravih koje prolaze dvjema tačkama. • Uočava, razlikuje i crta paralelne, okomite i ukrštene prave. • Koristi matematičke simbole pri obilježavanju odnosa geometrijskih elemenata: II, \perp, \notin, \in.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Prava, poluprava, duž – crtanje i obilježavanje. • Prave koje se sijeku. • Crtanje paralelnih i okomitih pravih. • Upoređivanje duži. • Krug i kružnica. • Ivice kvadrata, pravougaonika i trokuta kao zatvorene izlomljene linije. • Uočavanje duži na geometrijskim likovima. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Geometrijske sadržaje učenicima prezentirati u neformalnoj geometriji (tijelo-površ-linija-tačka) kako bi do pojma prave (poluprave) došli misaonim produžavanjem duži preko njenih granica do izraza "beskonačno". U zadacima koje rješavaju učenici treba da prepoznaju i imenuju sve geometrijske elemente na pravoj linji i na njoj dviju naznačenih tačaka (prava, dvije tačke, duž, četiri poluprave). Međusobne odnose pravih potrebno je crtati pravilno, uredno i precizno koristeći geometrijski alat te sve zapisivati matematičkim simbolima. Crtanje okomitih i paralelnih pravih primjenjivati pri crtaju tabelu za prikaz različitih podataka, kao što je tabela mjesnih vrijednosti brojeva i sl. Potrebno je učenicima približiti i pojednostaviti pojam beskonačnosti (prava, ravan) jer su to za njih novi elementi. Učenici stiču vještine korištenja geometrijskih alata za crtanje: linijar, trokut, šestar. Posebnu pažnju posvećujemo poučavanju pravilnog držanja geometrijskog pribora prilikom crtanja i položaja ruku pri crtaju (crtanje linija, duži, paralelnih i okomitih pravih, krugova i kružnica).

<p>C.3.2. Razlikuje, mjeri i upoređuje objekte i pojave prema mjerivom svojstvu, koristi mjerne jedinice iz SI sistema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Mjeri uz korištenje dogovorenih jedinica i sprava, tačno izražava rezultate mjerjenja. • Određuje vremenski tok i vremenske intervale u svakodnevnim situacijama, mjeri vremenski interval potreban za obavljanje neke aktivnosti. • Predviđa ishode mjerjenja i provjerava tačnost mjerjenja. • Razlikuje i koristi mjerne jedinice za dužinu (m, dm, cm), masu (kg, dag, g), zapreminu tečnosti (l, dl, cl), vrijeme (godina, mjesec, sedmica, dan, sat, minuta) i novac (KM, KF). • Preračunava mjeru jedinicu u odabranu jedinicu i pomoću njih računa (manju mjeru jedinicu u veću i obrnuto). • Sabira i oduzima novčane vrijednosti u svakodnevnom životu. • Povezuje sadržaje sa predmetom Moja okolina kroz upoznavanje jedinica za vrijeme i računanje s njima (korištenje kalendarja i sata).
--	--

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Mjerenje dužine. Jedinice za dužinu (1m, 1dm, 1cm). Mjerenje mase. Jedinice za mjerenje mase (1kg, 1dag, 1g).
- Mjerenje zapremine tečnosti. Jedinice za mjerenje zapremine tečnosti (1l, 1dl, 1cl).
- Mjerenje vremena. Jedinice za vrijeme (godina, mjesec, sedmica, dan, sat, minuta).
- Jedinice za novac (KM, KF).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Nastava se u ovom dijelu temelji na iskustvu učenika. Znanja se proširuju praktičnim primjerima mjerjenja u učionici, izvan škole i kod kuće. Pažnju obratiti na razumijevanje procesa mjerjenja, pojam mjerne veličine, pretvaranje mjernih jedinica-većih u manje npr. $2 \text{ m} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ dm}$ i manjih u veće npr. $20 \text{ dm} = 20 : 10 = 2 \text{ m}$, odabiru računske operacije za preračunavanje mjernih jedinica te procjeni mjernih veličina. Mjerenja započinjemo sa jednostavnijim primjerima, a zatim postupno uvodimo učenike u složenija mjerjenja i računanja mjernim jedinicama uz demonstraciju i upotrebu očiglednih sredstava iz okruženja. Jednostavnim preračunavanjima učenicima pokazati međusobnu povezanost mjernih jedinica (samim tim i povezanost računskih operacija kod preračunavanja) i na koji način nam ta preračunavanja koriste u svakodnevnom životu. Uputiti učenike da samostalno sastavljuju zadatke sa mjerenjem kako bi što bolje primijenili znanja koja su stekli proučavajući ovu oblast.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.3.1. Prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora i prikazuje ih tabelama, slikovnim i stupčastim dijagramima.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje problem u kontekstu potrebnih podataka. • Prikuplja i razvrstava podatke iz svakodnevnog života. • Prikazuje podatke u jednostavnim tabelama, slikovnim i stupčastim dijagramima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1 MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Rad na jednostavnim tabelama, slikovnim i stupčastim dijagramima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Potrebno je na nastavi u različitim situacijama prikupiti, razvrstati i prikazivati podatke, npr. pri rješavanju problemskih situacija. Podatke prikazivati u jednostavnim tabelama i stupčastim dijagramima. Podatke date grafičkim ili nekim drugim prikazom treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Tablica kao oblik prikazivanja podataka može se upotrebljavati u različitim predmetima i različitim područjima života. Važno je poticati učenike da postavljaju pitanja i to ne samo kada nešto ne razumiju već i da pitanjima šire svoje spoznaje i ideje pri objašnjavanju prikazanih podataka. Pri objašnjavanju i učenju služiti se različitim prikazima podataka. Učenici bi trebali naučiti prikazivati podatke slikovno i čitati piktograme. Čitanje ovakvih grafičkih prikaza posebno je pogodno za uvježbavanje tablice množenja i dijeljenja.</p>	
D.3.2. Interpretira dobivene podatke i rezultate istraživanja.	<ul style="list-style-type: none"> • Objavljava podatke prikazane jednostavnim tabelama, slikovnim i stupčastim dijagramima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Skup brojeva do 100. • Tablica množenja i dijeljenja. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Važno je poticati učenike da postavljaju pitanja i to ne samo kada nešto ne razumiju već i da pitanjima šire svoje spoznaje i ideje pri objašnjavanju prikazanih podataka. Pri objašnjavanju i učenju služiti se različitim prikazima podataka. Učenici bi trebali naučiti prikazivati podatke slikovno i čitati piktograme. Čitanje ovakvih grafičkih prikaza posebno je pogodno za uvježbavanje tablice množenja i dijeljenja.</p>	
D.3.3. Tumači i upoređuje vjerovatnoću ishoda u različitim situacijama.	<ul style="list-style-type: none"> • Predviđa ishode u različitim situacijama. • Upoređuje i primjenjuje ishode u različitim situacijama.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Množenje brojeva do 100. • Dijeljenje brojeva do 100. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U toku učenja služiti se različitim prikazima podataka pri prebrojavanju, upoređivanju i predviđanju ishoda (vjerovatnih) događaja. Vjerovatnoća je pojam povezan s predviđanjem i analizom slučajnih pojava. Pojam vjerovatnoća izražava vjerovanje da će se neki zamišljeni događaj desiti. Pri rješavanju zadataka učenici mogu svaku moguću situaciju nacrtati te na kraju prebrojati sva različita rješenja. Zadaci mogu poslužiti i kao motivacija za množenje i dijeljenje.</p>	
D.3.4. Procjenjuje, predviđa i zapisuje događaje prema datoј situaciji.	<ul style="list-style-type: none"> • Određuje i zapisuje rasporede različitih elemenata nekog skupa u kojim je poredak bitan. • Primjenjuje termine: moguć, nemoguć, siguran, slučajan i slično.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.2

Ključni sadržaji

- Mjere i mjerena.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Učenici trebaju razumjeti razliku između sigurnog ishoda, mogućeg ishoda i nemogućeg ishoda. To možemo postići postavljanjem primjerenih pitanja i zadataka.

4. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije/	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.4.1. Čita, zapisuje i upoređuje brojeve do 100 000.	<ul style="list-style-type: none"> • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 1000. • Koristi redne brojeve do 1. do 1000. • Koristi oznake za rimske brojeve od 1 do 1000 (I - M). • Razlikuje parne i neparne brojeve do 1000 i uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. • Prikazuje brojeve na različite načine. • Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice, hiljadice, DH, SH) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. • Upoređuje brojeve do 100 000. • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 100000.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Zapisivanje i čitanje brojeva prve hiljade. • Struktura brojeva prve hiljade. • Brojevna linija 0-1000, položaj brojeva na brojevnoj liniji 0-1000. • Redni brojevi prve hiljade. • Rimske cifre do hiljadu. • Upoređivanje brojeva prve hiljade. • Brojevi do 10000. • Hiljadice i stotice u skupu do 10000. • Struktura brojeva (višecifreni brojevi) u skupu do 10000. • Brojevna linija 0-10000, sa naznačenim višekratnicima broja 1000, 100, 10. • Brojevi do 100000. • Hiljadice i stotice u skupu do 100000. • Struktura brojeva (višecifreni brojevi) u skupu do 100000. • Brojevna linija 0-100000, sa naznačenim višekratnicima broja 10000, 1000 (100, 10). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Zbog korelacije s drugim predmetima, skup brojeva proširen je na 10000 odnosno 100000. Nakon usvojenog brojevnog niza do 1000, skup brojeva proširuje se do 10000, odnosno 100000 (npr. ovaj dio planirati u 2. polugodištu). Prilikom upoznavanja brojeva preporučuje se upotreba kartica s dekadskim jedinicama i tablice mjesnih vrijednosti. Proširivanje skupa brojeva prve hiljade na skup brojeva do 10000 treba realizirati postupno: upoznavanjem svih višekratnika broja hiljade, pa višekratnika broja 100 i konačno broja 10 u prvoj hiljadi. Ovo treba uraditi uz korištenje brojevnih linija. Analogno postupno proširiti skup brojeva na 100000. Upoznavanje brojeva, njihovo čitanje i pisanje na razne načine, te relacije u skupu brojeva do 1000, mjesna i brojna vrijednost cifre, čine osnovu za dalji rad u području usmenog i pismenog računanja. U ovom razredu potrebno je naučiti zapisivati broj rimskim ciframa do 1000.</p>	
A.4.2. Izvodi osnovne računske operacije s brojevima do 100000, organizuje i provjerava dobivene rezultate.	<ul style="list-style-type: none"> • Sabira i oduzima u skupu do 1000, usmeno i algoritamski. • Množi i dijeli u skupu do 1000 algoritamski. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija. • Čita i zapisuje decimalne brojeve do dvije decimalne. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. • Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-1.2.2

Ključni sadržaji

- Pravila o nepromjenljivosti zbir i nepromjenljivosti razlike.
- Usmeno sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj hiljadi.
- Osobine sabiranja i oduzimanja u prvoj hiljadi.
- Pismeno sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj hiljadi.
- Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi.
- Osobine proizvoda (komutativnost i asocijativnost).
- Množenje zbir i razlike brojem (zakon distributivnosti).
- Usmeno množenje u prvoj hiljadi. (Množenje višekratnika broja 10, broja 100 i ma kojeg broja).
- Pismeno množenje u prvoj hiljadi.
- Dijeljenje u prvoj hiljadi.
- Dijeljenje s ostatkom, dijeljenje bez ostatka.
- Decimalni brojevi do dvije decimalne.
- Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi.
- Sabiranje i oduzimanje višekratnika broja 10 u skupu brojeva do 10000.

Preporuke za ostvarenje ishoda

U svim slučajevima usmenog računanja sa zapisivanjem sadržaje treba oblikovati na osnovu postupnosti tako da složeniji slučajevi proističu iz prethodnih, a da se receptivna aktivnost i učenje gotovih modela svede na najmanju moguću mjeru. Usmeno računanje treba izvoditi samo u skupu do 1000 sa zapisivanjem dok jednostavnije slučajeve bez ikakvog zapisivanja. U 4. razredu težište je na algoritamskom računanju sa zapisivanjem. Prelaskom na računanje sa zapisivanjem, ne treba zapostaviti usmeno u smislu njegove primjene u situacijama u kojima se ostvaruje racionalizacija računanja. Od bitnog je značaja da učenici sa razumijevanjem izvode računanje sa zapisivanjem. Da bi se to postiglo, neophodno je da u početnim fazama računanja postupak bude praćen objašnjenjima. Kasnije se težište prenosi na druga obilježja računanja (brzina, racionalizacija postupaka i dr.). Gledano sa aspekta pojmove množenja i dijeljenja, u prvoj hiljadi se proširuju i produbljuju sadržaji vezani za prvu stotinu (stoticu). Ovdje predviđamo izvjesno proširivanje dosadašnjeg zahtjeva „množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem“, time što će se govoriti o množenju i dijeljenju u okviru prve hiljade, bez limitiranja veličine množitelja („jednocifrenim brojem“). Težište će se dati na uočavanje, razumijevanje i primjenu zakona distributivnosti množenja prema sabiranju te na pravilo „svaki sa svakim“. Kada je u pitanju upoznavanje učenika sa decimalnim brojevima, potrebno je da se nastavnici fokusiraju na decimalne brojeve do dvije decimalne. Predstave i pojmovi o decimalnim brojevima se formiraju tokom usvajanja nastavnih sadržaja vezanih za razlomke (trećina, četvrtina, šestina, desetina,...), kada se obrađuju nastavni sadržaji vezani za dijeljenje jednocifrenim brojem s ostatkom (npr. $48:5=9(3)$; $48:5=9,60$), kroz vježbe uočavanja decimalnih brojeva na ambalaži (npr. boca od 0,33 l), tokom i nakon inicijalnog i finalnog mjerjenja antropometrijskih karakteristika na nastavi Tjelesnog i zdravstvenog odgoja (npr. visina - 1,35 m, tjelesna masa - 41,50 kg), kroz vježbe mjerjenja zapremine tečnosti (npr. 2 l i 5 dl ili 2,50 l), upotrebu novca (npr. 1KM+50KF je isto što i 1,50 KM) i sl. Postupno uvoditi učenike u rješavanje zadataka u kojima se pojavljuju zagrade i više računskih operacija. Osobine operacija i zavisnost rezultata od komponenata ne bi trebalo da učenici formalistički usvajaju. Proces učenja ovih sadržaja treba da se zasniva na učeničkom otkrivanju, na dobro odabranim primjerima zadataka, a da se kasnije to znanje primjenjuje u racionalizaciji procesa rješavanja zadataka. Prema tome, ove sadržaje ne treba shvatiti kao cilj za sebe, nego kao trajno aktivno znanje.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>B.4.1. Analizira i matematičkim jezikom prikazuje matematičke situacije i strukture koristeći algebarske oznake, te zaključuje na osnovu njih.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Koristi matematički jezik i simbole pri objašnjavanju u govornoj i slikovnoj formi u skupu brojeva do 1000. Prikazuje prirodne brojeve do 1000 ($a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$) i opisuje kvantitativne odnose. Strukturiра brojeve do 100000.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Struktura brojeva prve hiljade. Upoređivanje brojeva prve 1000. Brojevna linija 0 -10000. Struktura brojeva do 10000. Brojevna linija 0 -100000. Struktura brojeva do 100000. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U 4. razredu širi se brojevni niz, prvo, do 1000, a zatim do 10000 i 100000, analiziramo strukturu brojeva, prikazujemo brojeve u obliku $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$, $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$. Učenici koristite matematički jezik i oznake za osnovne matematičke operacije u skupu brojeva do 1000, upoznaju prvo nealgoritmatski način računanja (koristimo se prethodnim znanjima prilikom računanja u obimu do 100), zaključuju po analogiji a zatim se izvodi (prema ustaljenim metodičkim koracima) pojedinačno algoritam osnovnih računskih operacija.</p>	
<p>B.4.2. Primjenjuje matematičke zakonitosti o povezanosti, odnosu, zavisnosti i rješava različite tipove izraza</p>	<ul style="list-style-type: none"> Koristi računske operacije pri rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. Izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir red računskih operacija. Primjenjuje pravila o nepromjenjivosti zbiru i nepromjenjivosti razlike. Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja. Množi zbir i razliku brojem npr. $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$, $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$ Imenuje članove u algebarskim izrazima. Izračunava vrijednost izraza koji sadrži slovne oznake za odabranu vrijednost promjenljive.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje brojeva (znakovi $>$, $=$, $<$, \neq, \leq, \geq). Sabiranje i oduzimanje do 1000, usmeno (nealgoritmatsko). Pravila o nepromjenjivosti zbiru i nepromjenjivosti razlike. Svojstva sabiranja i oduzimanja u prvoj hiljadi. Osobine množenja (komutativnoist, asocijativnost). Množenje zbiru i razlike brojem (zakon distributivnosti). Usmeno množenje. (Množenje višekratnika broja 10 i 100 i ma kojeg broja). Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenici sabiraju i oduzimaju u prvoj hiljadi uz povezivanje sa prethodno stičenim znanjima o zakonitostima i pravilima sabiranja i oduzimanja i to prvo usmeno/nealgoritmatski, a zatim algoritmatski. Osobine množenja i množenje zbiru i razlike brojem demonstriramo na konkretnim primjerima, navodimo učenike da formulisu riječima osobine a zatim ih zapisujemo i simbolima. Prilikom primjene računskih operacija važno je znati njihova svojstva kako bi se računanje, a time i primjena, pojednostavila. Učenici će uvrštavati broj u algebarski izraz. Uz sistematičan pristup rješavat će složenije tekstualne zadatke i problemske situacije. Kod učenika poticati korištenje matematičkog jezika, simbola i preciznost u izražavanju.</p>	

B.4.3. Primjenjuje matematičke modelle za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.	<ul style="list-style-type: none"> Primjenjuje algoritam pismenog sabiranja i oduzimanja. Pismeno množi brojeve prema algoritmu množenja. Primjenjuje algoritam pismenog dijeljenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1 MTP-2.3.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Pismeno/algoritamsko sabiranje i oduzimanje brojeva u prvoj hiljadi. Pismeno/algoritamsko množenje u prvoj hiljadi. Pismeno/algoritamsko dijeljenje u prvoj hiljadi. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Učenici će shvatiti da su se u svakodnevnom životu već sreli sa algoritmom i moći će navesti algoritme koje se koriste u svakodnevnom životu (upute kako preći ulicu, upute za povezivanje uređaja), tako će i shvatiti značaj algoritma kao upute za postizanje cilja. To je konačan, određen broj koraka koji treba izvršiti da bi se riješio problem ili došlo do cilja, npr:</p> <p>ALGORITAM PISMENOG SABIRANJA</p> <ol style="list-style-type: none"> Sabirci se pišu jedan ispod drugog – POTPISUJU, Sabirke podertamo (nacrtamo liniju), ZNAK računske radnje se piše s LIJEVE strane, Sabira se od najmanje mjesne vrijednosti od JEDINICA, to znači S DESNA NA LIJEVO, Možemo sabirati odozgo prema dolje ili odozdo prema gore <p>Algoritmu pismenog sabiranja prethode dvije faze metodičke obrade pismenog sabiranja: rastavljanje sabiraka na zbir višekratnika dekadskih jedinica i sabiranje u tablici mjesnih vrijednosti.</p>	
B.4.4. Prikazuje i zapisuje razlomak kao dio cjeline.	<ul style="list-style-type: none"> Dijeli jednu cjelinu na jednakе dijelove (crtež i model). Određuje dio cjeline na slici (crtežu) i modelu. Zapisuje dijelove cjeline kao razlomak. Upoređuje razlomke. Povezuje sliku i brojevni zapis. Uočava vezu između razlomaka i dijeljenja brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Razlomci. Polovina, trećina, četvrtina, petina..., desetina broja. Upoređivanje razlomaka. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Pojmovi polovina, trećina, četvrtina i sl., odnosno dio broja, učenicima su već poznati kroz usvajanje tablice dijeljenja (dijelovi) i na osnovu veze sa Muzičkom kulturom o vrijednosti trajanja note (cijela nota, polovinka, četvrtinka, osminka, šesnaestinka). Razlomke uvodimo na slikovit način pomoću crteža i modela, tako da učenici boje određeni dio cjeline, a moguće je primjenjivati i praktičan rad, tj. učenici mogu da cjelinu podijele na jednakе dijelove (presavijanje i isijecanje papira) ili to rade praktično na modelima (kockice, slagalice, Kazineri materijal, brojevne kvadrice i sl.) i u konačnici da dio cjeline i zapišu kao razlomak koji znaju pročitati npr. jedna petina.</p> <p>Napomena: ovaj ishod učenja ostvaruje se u korelaciji sa ishodom A.4.2.</p>	
B.4.5. Zapisuje simbolima jednačine i nejednačine, određuje vrijednost nepoznate veličine i provjerava tačnost rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju i rješavanju jednačina i nejednačina u skupu brojeva do 1000 ($<$, $>$, $=$). Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do 1000). Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine. Rješava nejednačine $x+a>b$ i $x+a<b$.

	<ul style="list-style-type: none"> Predviđa rješenja postavljenih elementarnih jednačina. Računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija, provjerava rješenje u skupu brojeva do 1000.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.4
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje brojeva (znaci: $<$, $>$, $=$). Rješavanje jednačina $x+a=b$, $a+x=b$, $x-a=b$, $a-x=b$. Rješavanje jednačina $x:a=b$; $a:x=b$; $x \cdot a=b$, $a \cdot x=b$. Nejednačine tipa $a < x < b$; $a \leq x < b$; $a < x \leq b$. Rješavanje nejednačina: $x+a > b$ i $x+a < b$ i sl. Rješavanje nejednačina $x:a > b$; $a:x > b$; $x \cdot a < b$; $a \cdot x < b$ i sl. Veza između sabiranja i oduzimanja. Veza između množenja i dijeljenja.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Nepoznati član u jednačinama i nejednačinama se izračunava primjenom veze među računskim operacijama, kao i naučenim postupkom rješavanja i provjeravanja jednačine, odnosno nejednačine. Učenike potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskažu što je poznato, a što nepoznato u ovim brojnim izrazima, te koji su to matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Svi navedeni oblici jednačina i nejednačina treba da se prožimaju tokom učenja i vježbanja postupaka računanja u skupu brojeva do 1000, tj. rješavanjem zadataka različitih tipova i nivoa složenosti (tekstualni i problemski zadaci).</p>	
B.4.6. Razvija matematičke pretpostavke i primjenjuje logiku pri rješavanju matematičkih problema.	<ul style="list-style-type: none"> Sastavlja i rješava brojevne izraze prema datim (tekstualnim) uvjetima. Rješava problemske zadatke. Razvrstava brojeve po različitim kriterijima i predstavlja na brojevnoj liniji, slici, tabeli mjesnih vrijednosti (do 10000, a zatim do 100000). Povezuje osobine računskih operacija po analogiji, zaključuje od pojedinačnog prema općem. Provjerava istinitost tvrdnje na konkretnim primjerima.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Pravila o nepromjenjivosti (stalnosti) zbira i razlike. Zadaci zadani riječima (do 10000). Prosti i složeni brojevni izrazi (do 10000). Osobine množenja (komutativnost, asocijativnost). Množenje zbira i razlike brojem (distributivnost). Struktura brojeva do 10 000, brojevna linija sa naznačenim višekratnicima (1000, 100, 10), prethodnik i sljedbenik, tabela mjesnih vrijednosti brojeva do 10 000. Struktura brojeva do 100 000, brojevna linija sa naznačenim višekratnicima (10000, 1000, 100, 10), prethodnik i sljedbenik, tabela mjesnih vrijednosti brojeva do 100 000.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Poticati učenike da prije svega kritički razmišljaju i iznose svoje ideje i strategije kojima bi došli do rješenja matematičkih problema. Smisleno čitanje teksta, razumijevanje pročitanog, određivanje što je poznato, a što nepoznato, aktivnosti su koje navode na objašnjavanje postupaka koji dovode do rješavanja problemskih zadataka. U zadacima treba da se daje mogućnost kombinovanja računskih operacija, primjena svojstava i matematičkih zakonitosti. Tako bi učenici svoja već stečena znanja uspješno nadograđivali uz izvođenje zaključaka i analizu postupaka koji dovode do rješenja. Po mogućnosti sastavljati zadatke koji će biti povezani sa životnim situacijama (sastavljanje cjeline od dijelova slika ili predmeta, plaćanje računa različitim novčanim jedinicama i sl.) te sa obrazovnim područjima npr. jezik i komunikacija, priroda i geografija, zdravlje i sport, ljudi i društvo, kreativnost i dizajn i sl.</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>C.4.1. Analizira i povezuje svojstva i odnose geometrijskih elemenata, grafički ih predstavlja.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Prepoznaće i označava elemente ugla. Razlikuje i crta pravi, oštri i tupi ugao. Opisuje trokut, kvadrat i pravougaonik. Crta geometrijske likove uz pomoć geometrijskog pribora. Prepoznaće i crta tangram figure. Prepoznaće i kreira simetrične oblike. Objašnjava pojmove simetrija i asimetrija. Crta simetrični dio, tj. drugu polovinu zadanoj lika. Nacrtane likove označava i zapisuje matematičkim simbolima. Modelira pravougaonik od kvadrata. Predviđa položaj ose simetrije (zamišljene prave) na zadanim likovima. Uočava broj simetrala na crtežu. Koristi osnovne osobine (uključujući osnu i centralnu simetriju) da opiše i uporedi dvodimenzionalne geometrijske oblike (ugao, trougao, četverostrani poligoni).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Ugao kao dio ravni. Kraci i vrh ugla. Obilježavanje uglova. Upoređivanje uglova. Pravi, oštri i tupi ugao. Uglovi tangram figura. Mjerjenje uglova tangram figura polovinom pravog ugla. Stranice, vrhovi i uglovi trougla. Raznostranični, jednakoststranični, jednakokraki i pravougli trougao/trokut (crtanje). Crtanje tangram figura. Modeliranje pravougaonika od kvadrata. Rastavljanje pravougaonika na kvadrate. Simetrala. Simetrija i asimetrija. Osnosimetrične figure. Centralnosimetrične figure. Poligoni. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Podučavanje o uglu i trouglu/troku tu povezati sa iskustvima učenika. Koristiti origami tehniku-presavijanjem papira doći do pojma pravog ugla i potom vježbati upoređivanje uglova. Koristiti stepen kao veličinu za mjerjenje uglova i demonstrirati način upotrebe uglomjera kao pomagala, tj. dijela geometrijskog pribora. Posebnu pažnju treba posvetiti pravilnom crtaju/konstruisanju trouglova (jednostranični, jednakokraki i pravougli trougao), te pravilnom položaju ruku i geometrijskog pribora pri crtaju istih. Kao nastavno sredstvo za lakše savladavanje ove oblasti najbolje će poslužiti tangram figure. Insistirati da učenici, nakon crtanja zadanih figura, pravilno matematički zapišu i označe stranice, a dužine stranica izraze u odgovarajućim jediničnim mjerama. Kvadrat i pravougaonik učenici će prvo skicirati i crtati pomoću kvadratiča u svesci (mreža kvadrata), kako bi što bolje uočili razlike i sličnosti ovih geometrijskih likova. Kao praktičan i očigledan način modeliranja kvadrata potrebno je uvesti modeliranje pravougaonika od dva ili više kvadrata slaganjem (npr. korištenjem tangrama), izrezivanjem geometrijskih likova od papira ili predstavljanjem ovih likova pomoću čačkalica, slamki, drvca šibice, zatezanjem konopca-užeta i sl. Simetrične oblike potrebno je učiti na slikama, grafikonima, presavijanjem prozirnog papira, crtanjem mreža i sl. Simetriju treba pronaći na predmetima iz svakodnevnog života, na svom tijelu (licu), na umjetničkim djelima i dr. Sadržaje vezane za ovaj ishod učenja potrebno je povezati sa nastavom Likovne kulture gdje se uočava i primjenjuje simetrija i asimetrija na likovnim radovima/umjetničkim djelima (ravnoteža kao likovni problem). Učenici će uočavati zajedničke osobine osnosimetričnih i centralnosimetričnih figura.</p>	

C.4.2. Crta krug i kružnicu, označava elemente, uočava svojstva i međusobne odnose.	<ul style="list-style-type: none"> Određuje elemente kruga i kružnice koristeći se origami tehnikom. Crta krug šestarom i njegove elemente (kružnica, središte, prečnik, poluprečnik). Istiće na kružnici središte, prečnik, poluprečnik i označava matematičkim simbolima (R, r). Pravilno označava kružnicu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Modeliranje krugova od papira. Određivanje elemenata kružnice na modelima, origami – tehnikama. Ispitivanje položaja središta i crtanje kružnice šestarom. Elementi kruga i kružnice - prečnik i poluprečnik. Označavanje kružnice. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Elemente kruga (središte, prečnik, poluprečnik) najlakše je uočiti presavijanjem papira origami tehnikom. Učenici će također uočiti simetriju na polovinama kruga, tj. shvatiti da je prečnik kruga simetrala. Nakon toga potrebno je preći na crtanje kruga i kružnice šestarom, označavanje i zapisivanje matematičkim simbolima.</p>	
C.4.3. Analizira, mjeri i upoređuje veličinu objekata i pojava prema mjerivom svojstvu, koristeći odgovarajuće mjerne instrumente i mjerne jedinice.	<ul style="list-style-type: none"> U procesu mjerjenja veličina koristi odgovarajuće mjerne instrumente i mjerne jedinice. Tačno izražava rezultate, ishode mjerjenja. Analogijom povezuje i proširuje znanja o mernim jedinicama, povezuje decimetar, decigram i decilitar, milimetar, miligram i mililitar...hektogram, deka, kilogram. Preračunava jedinice mjerjenja istovrsnih veličina, manje u veće i obrnuto u skupu brojeva do 1000. Očitava vrijednosti mernih skala.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Mjerjenje dužine. Jedinice za dužinu: 1m, 1dm, 1cm, 1mm (deci, centi, mili). 1m, 1dam, 1hm, 1km (deka, hektogram, kilogram). Mjerjenje mase. Jedinice za masu: 1g, 1dg, 1cg, 1mg, 1dag, 1hg, 1kg. Mjerjenje zapremine tekućine. Jedinice za zapreminu tekućine: 1l, 1dl, 1cl, 1ml, 1dal, 1hl, 1kl. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Usvajanjem brojeva do 1000 učenici proširuju ranije stečena znanja o mernim jedinicama - mjerjenje dužine, mase i zapremine tečnosti. Standardne mjerne jedinice sada su proširene pojmovima deci, centi, mili, deka, hektogram, kilogram i najbolje je da ih učenici upoznaju, usvoje i koriste kroz praktične primjere mjerjenja. Mjerena izvoditi na času (u učionici i izvanučioničkom prostoru), kod kuće kroz izradu domaće zadaće, a posebno je korisna organizacija projektne nastave u korelaciji s nastavom moje okoline. Učenici trebaju znati koje su jedinice veće, a koje manje i kako su one međusobno povezane (jedan mililitar vode ima masu od jednog grama). Mernu jedinicu 1 ml i mernu jedinicu 1 mg potrebno je povezati sa stvarnim životom (upotreba lijekova, doziranje, sastav različitih smjesa, kuhanje i sl.). Potrebno je isticati važnost mjerjenja u svakodnevnom životu i usavršavanje vještina mjerjenja (mjerjenje tjelesne mase, mjerjenje udaljenosti između mjesta, količina benzina koja je potrebna da se negdje stigne, količina sastojaka da se pripremi hrana i sl.).</p>	
C.4.4. Rješava matematičke zadatke i probleme koji uključuju mjerne jedinice.	<ul style="list-style-type: none"> Rješava problemske zadatke sa mernim jedinicama. Računa s novcem u problemskoj situaciji. Uočava odnose među mernim jedinicama za dužinu, masu, zapreminu tečnosti. Rješava probleme i zadatke koji uključuju obim, površinu i zapreminu figura.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.

Ključni sadržaji

- Zadaci sa mjeranjima i jedinicama mjerena.
- Obim trougla, kvadrata i pravougaonika (zbir dužina stranica).
- Mjerenje i upoređivanje površine geometrijskih likova jediničnim kvadratima (kvadrat, pravougaonik) i tijela (kocka, kvadar).
- Mjerenje zapreminе tijela koje su sačinjene od kockica.
- Problemski zadaci (novac i vrijeme).

Preporuke za ostvarenje ishoda

U ovom dijelu kreirati zadatke počevši od jednostavnijih preračunavanja prema rješavanju složenijih matematičkih zadataka sa jedinicama za dužinu, masu i zapreminu tečnosti. Poticati učenike na razmišljanje i diskusiju o načinu rješavanja problemskog zadatka. Zadavati zadatke koji u sebi sadrže postupak po kojem će učenici doći do rješenja, ali isto tako osmislići zadatke u kojima ne postoji određeni algoritam rješavanja, nego bi učenik samostalno objasnio put ka rješenju problema. Obim geometrijskih likova računati pomoću crteža i slike, kao zbir dužina stranica lika sa slike. Mjeriti površinu geometrijskih likova pomoću jediničnih kvadrata. Mjeriti zapreminu figura redanjem jediničnih kockica. Moguće je koristiti brojevne kvadrice ili Kazineri materijal za realizaciju ovih sadržaja. Prilikom kreiranja problemskih zadataka sa jedinicama mjerena uvrstiti i zadatke sa jedinicama za novac. Pri računanju s novcem zaokruživati rezultat na dvije decimale. Rješavanjem ovakvih problema učenicima se olakšava praktična upotreba novca u svakodnevnim životnim situacijama, razvija učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Prilikom zadavanja problemskih zadataka sastavljati zadatke koji će uključivati i jedinice za vrijeme kako bi se zadržao kontinuitet u primjeni stečenih znanja iz oblasti mjera i mjernih jedinica.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.4.1. Koristi podatke za rješavanje problema.	<ul style="list-style-type: none"> • Provodi jednostavna istraživanja u svojoj neposrednoj okolini, prikuplja podatke i prikazuje ih u različitim oblicima i analizira. • Prikuplja, razvrstava i prikazuje podatke pikrogramom, tabelom, dijagramom i grafikonom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.

Ključni sadržaji

- Rad na tabelama i stupčastim dijagramima.
- Rad na tabelama i kružnim dijagramima.
- Rad na tabelama i linearnim grafikonima.

Preporuke za ostvarenje ishoda

U matematici možemo osmišljavati projekte u kojima će učenici prikupljati, razvrstavati i prikazivati podatke u tabelama, putem pikrograma, dijagrama i grafikona. Moguće je kombinovati ishode učenja iz različitih oblasti za organizovanje projektne nastave (npr. Podaci i vjerovatnoća u kombinaciji sa Geometrijom i mjeranjima). Potrebno je na nastavi u različitim situacijama prikazivati podatke, npr. pri rješavanju problemskih situacija, a u realizaciji služiti se različitim prikazima podataka pri opisivanju, objašnjavanju (tumačenju) ili predviđanju mogućih (vjerovatnih) dogadaja. Tablica kao reprezentativni oblik može se upotrebjavati u različitim predmetima, razrednim projektima i različitim područjima života, stoga je poželjno, služeći se tablicama, povezivati matematiku s njima. Uvodi se novi pojam polje, uz upotrebu ranije naučenih pojmovima red i kolona. Pri prikupljanju podataka potrebno je poticati učenike da ih prikazuju u tablicama i dijagramima (stupčasti i kružni) te linearnim grafikonima. Korelacija je moguća s nastavom Moje okoline (mjerenje temperature zraka na mjesecnom nivou, broj sunčanih dana u mjesecu, potrošena količina vode na dnevnoj bazi i sl.). Koristiti što više različitih prikaza podataka, kako za čitanje i interpretiranje, tako i za njihovo predstavljanje. Poticati učenika da objašnjava procedure te postavlja pitanja o novim idejama ili procedurama koje je osmislio. Poticati učenike na postavljanje pitanja i to ne samo kada nešto ne razumiju već i radi proširivanja znanja, a također je važno poticati ih na čitanje podataka iz pikrograma, tablica i stupčastog dijagrama. Vještine prikazivanja, interpretiranja i očitavanja podataka sa raznih prikaza koristiti i na drugim časovima, te u svakodnevnom životu.

D.4.2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem procjenjivanja i predviđanja događaja.	<ul style="list-style-type: none"> Predviđa vjerovatnoću događaja (moguće, nemoguće, siguran i slučajan) u različitim okolnostima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1. 4.2.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Predviđanje vjerovatnoće događaja (moguće, nemoguće, siguran i slučajan) u različitim okolnostima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U nastavi što ćešće treba uključivati učenike u raspravu kako bi se njihova vještina usmenog izražavanja razvijala. U raspravi se učenici moraju jasno izražavati, učiti slušati druge, uočavati različite načine razmišljanja, dokazivati i argumentirati svoje tvrdnje, te time razvijaju jezičko-komunikacijsku kompetenciju, kompetenciju učiti kako učiti, poduzetničku kompetenciju i sl. Učenici moraju razumjeti razliku između sigurnog ishoda, mogućeg ishoda i nemogućeg ishoda. To možemo postići postavljanjem primjerenih pitanja i zadataka.</p> <p>Primjeri:</p> <ol style="list-style-type: none"> Ako je jutro oblačno, hoće li padati kiša? Igra: "Par – nepar". Razgovor o tome da li je igra pravedna. Dvanaest učenika između sebe podijeli brojeve od 1 do 12. Redom bacaju 2 kockice i određuju njihov zbir. Prikazani zbir omogućuje učeniku koji ima taj broj na kartici da se pomakne za jedno mjesto na tablici u kojoj je početno stajalište na 0, a cilj je doći do broja 10. Problemska pitanja: Koji zbir nije moguće dobiti bacanjem kockica? (0, 1 i brojevi koji su veći od 12) Koji su zbroji vjerovatniji? Koji su zbroji najvjeverovatniji? Da li je igra pravedna? Motivacija: Igra bacanja kockice. Svaki učenik baci kockicu za igru "Čovječe, ne ljuti se". Ako dobije parni broj, mora navesti neki mogući događaj, a ako dobije neparni broj, navodi nemogući događaj. Prije učenja o saobraćaju na časovima Moje okoline, učenike se može pitati koja je saobraćajna sredstva moguće/nemoguće vidjeti u okolini (užem zavičaju) škole, te zašto je to moguće/nemoguće vidjeti. Učenike odvesti u obilazak saobraćajnice u školskom okruženju na kojem će potvrditi/opovrgnuti svoje prepostavke i možda otkriti neke nove spoznaje. U neprozirnoj su vrećici kugle jednakе veličine, ali različitih boja: crvena, žuta i plava. Koje je boje moguće izvući? Koje boje nije moguće izvući? 	

5. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.5.1. Objasnjava i zapisuje skupove na različite načine.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje skup prirodnih brojeva N i skup N_0. • Zapisuje skupove u ekvivalentnim zapisima i predstavlja ih grafički koristeći simbole. • Određuje broj elemenata skupa i definiše prazan skup.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Skup brojeva do 1000000. • Skup prirodnih brojeva N i skup N_0. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Za proširivanje brojevnog niza preporučuje se upotreba kartica s dekadskim jedinicama i tablice mjesnih vrijednosti, te prikaz broja na brojevnoj liniji. Posebnu pažnju posvetiti brojanju pri prelazu stohiljadice na milion. Zbog korelacije s drugim predmetima, skup brojeva proširen je na 1000000, odnosno brojeve veće od miliona. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti poimanju skupa prirodnih brojeva na način da se koristi heuristička metoda (jedan je najmanji element, nema najvećeg, svaki prirodan broj ima sljedbenika), odnosno skupu N_0 koristeći brojevnu polupravu.</p> <p>Učenici trebaju ponoviti i osnovne pojmove „skup“ i „element skupa“. Fokusirati se na označavanje skupova velikim štampanim slovima, uočavanje elemenata skupa i zajedničku osobinu koja ih gradi (npr. svi su crveni, svi su kvadrati, svi su parni brojevi, prirodni brojevi manji od 6 i sl.). Uvesti i prikazivanje skupa i njegovih članova navođenjem svih elemenata skupa pomoću vitičastih zagrada, te grafičko predstavljanje skupova pomoću Euler-Vennovog dijagrama. Također, nepohodno je koristiti znakove „pripada“ odnosno „ne pripada“ kod određivanja pripadnosti elementa nekom skupu. Učenici će upoređivati skupove po brojnosti, prepoznavati zajedničke osobine dva skupa, izmještati i dopunjavati elemente skupa.</p>	
A.5.2. Čita, zapisuje i upoređuje brojeve do 1000000.	<ul style="list-style-type: none"> • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve do 1000000. • Koristi redne brojeve do 1000000. • Razlikuje parne i neparne brojeve do 1000000 i uočava brojevne obrasce, npr. prethodnika i sljedbenika. • Prikazuje brojeve na različite načine. • Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice, hiljadice, desethiljadice, stohiljadice, milion) i objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine cifre. • Broji, čita i zapisuje cifrom i brojevnom riječi brojeve veće od 1000000. •
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Čitanje, pisanje i upoređivanje brojeva do 1000000. • Zapisivanje brojeva u obliku zbira višekratnika dekadskih jedinica. • Čitanje, pisanje i upoređivanje brojeva prvog miliona. • Klase i razredi. • Mjesne i brojne vrijednosti cifara. • Brojevna linija 0 do 1000000. • Brojevi veći od miliona. • Setin broj. Legenda o šahovskoj ploči. • Skup prirodnih brojeva N i skup N_0. • Brojevna poluprava brojeva skupa N_0. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Sadržajima ove tematske cjeline prirodno se proširuju i produbljuju znanja koje su učenici stekli u okviru tematske cjeline hiljada. Sva pravila i zakonitosti o brojevima i računskim radnjama iz prve hiljade uvode se i provjeravaju i u skupu brojeva prvog miliona odnosno u skupu brojeva N₀. I ovdje će se koristiti sva tri pristupa: skupovni, brojevni i perceptivno-predodžbeni, ali sa dominacijom brojevnog pristupa. Upoznavanje brojeva, njihovo čitanje i pisanje na razne načine, te relacije u skupu brojeva do 1000000, mjesna i brojna vrijednost cifre čine osnovu za dalji rad u području usmenog i pismenog računanja. Proširivanje skupa brojeva prve stohiljadice na skup brojeva do 1000000, kao i brojeve veće od miliona treba realizirati postupno: upoznavanjem svih višekratnika broja stohiljada, pa višekratnika broja 10000, broja 1000 i konačno broja 100 i 10 u prvoj desethiljadici. Ovo treba uraditi uz korištenje brojevnih linija. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti poimanju skupa prirodnih brojeva i važnom svojstvu beskonačnosti. Pojam beskonačnosti treba kod učenika razvijati intuitivno i uz upotrebu riječi beskonačno, kao što je slučaj prilikom formiranja pojma prave i ravni.

A.5.3. Izvodi osnovne računske operacije u skupu brojeva do 1000000 i provjerava dobivene rezultate.	<ul style="list-style-type: none"> • Izvodi računske operacije sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja brojevima do 1000000. • Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija. • Koristi računske operacije za rješavanje zadataka iz svakodnevnog života. • Organizuje i provjerava dobivene rezultate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1. MTP-1.2.2.

Ključni sadržaji

- Sabiranje i oduzimanje brojeva u prvom milionu (usmeni postupak i pismeni postupak).
- Osnovna svojstva sabiranja (komutativnost, asocijativnost, nula kao sabirak).
- Primjena osnovnih svojstava sabiranja u računanju.
- Brojevni izrazi sabiranjem i oduzimanjem.
- Zavisnost zbira od sabiraka.
- Nepromjenljivost zbira i primjena.
- Zavisnost razlike od umanjenika i umanjioca.
- Nepromjenljivost razlike i primjena.
- Oduzimanje zbira od broja.
- Množenje jednocifrenim brojem.
- Nula i jedinica kao činioci/faktori.
- Dijeljenje kao obrnuta operacija množenju. Jedinica i nula u dijeljenju.
- Množenje broja dekadskom jedinicom i višekratnikom broja deset.
- Dijeljenje broja dekadskom jedinicom.
- Množenje zbiru i razlike brojem (distributivnost množenja prema sabiranju i oduzimanju).
- Dijeljenje zbiru i razlike brojem.
- Pismeno množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem i dvocifrenim brojem.
- Osnovna svojstva množenja i primjena (komutativnost i asocijativnost množenja).
- Zavisnost proizvoda od činilaca (faktora).
- Nepromjenljivost proizvoda i primjena.
- Zavisnost količnika od djelenika i djelitelja.
- Nepromjenljivost količnika i primjena.
- Množenje i dijeljenje proizvoda brojem.
- Množenje i dijeljenje korištenjem olakšica.
- Brojevni izrazi u prvom milionu s množenjem i dijeljenjem.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pismeno sabiranje i oduzimanje u skupu brojeva do milion temelji se na predznanju učenika o pismenom sabiranju i oduzimanju u skupu brojeva do 1000. Treba se koristiti različitim situacijama, zadacima i podacima u kojima će se primjenjivati sabiranje i oduzimanje, kako bi učenici usvojili postupak pismenog sabiranja i oduzimanja do milion, ali nije potrebno insistirati na dugotrajnom računanju s velikim brojevima. Pismeno dijeljenje moguće je izvoditi na dva načina, na duži način ili na kraći način. Preporučuje se kraći, ako je primjeren mogućnostima učenika. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata te na primjenu algoritma pismenog množenja i dijeljenja dvocifrenim brojem do milion, ali nije potrebno insistirati na dugotrajnom računanju s velikim brojevima. Postupno uvoditi učenike u rješavanje zadataka u kojima se pojavljuju zgrade i više računskih operacija.

U petom razredu težište treba da bude na sistematizaciji sadržaja odnosno znanja učenika i interpretaciji tih sadržaja na višem nivou. To će se ogledati u strožijim zahtjevima u pogledu primjene opštih brojeva, obrazlaganja rješenja i odnosa između računskih operacija , u razvijenijoj sposobnosti učenika da sastavljaju zadatke prema zadatoj strukturi , u primjeni zagrada, u brzini rješavanja zadataka, u racionalizaciji postupaka, sposobnosti logičkog čitanja matematičkog teksta, terminološkoj korektnosti i drugo.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.5.1. Analizira i prikazuje strukturu broja koristeći algebarske oznake i izvodi zaključke	<ul style="list-style-type: none"> Poznaje i koristi matematički jezik i simbole u skupu brojeva do milion. Razlikuje brojeve prvog miliona i određuje njihov položaj na brojevnoj liniji. Strukturiра brojeve do milion (zapisuje brojeve u obliku zbiru višekratnika dekadskih jedinica).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Čitanje, pisanje i upoređivanje brojeva prvog miliona. Brojevna linija 0-1000000. Struktura brojeva do 1000000. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U V razredu brojni niz se širi brojevima do milion, analizira se struktura brojeva, preporučuje se upotreba kartica s dekadskim jedinicama, broj se prikazuje kao zbir proizvoda . Učenici će koristiti matematički jezik i oznake za osnovne matematičke operacije u skupu brojeva do milion, upoznaju prvo nealgoritamski način računanja (koristimo se prethodnim znanjima računanje u obimu do 10000), zaključuju po analogiji, a zatim se primjenjuje pojedinačno algoritam osnovnih računskih operacija.	
B.5.2. Primjenjuje matematičke zakonitosti o povezanosti, odnosu, zavisnosti, modelira i rješava brojevne izraze.	<ul style="list-style-type: none"> Računa do 1000 usmeno/ nealgoritamski i koristi se stečenim znanjima pri rješavanju različitih tipova zadataka i problemskih situacija iz svakodnevnog života. Izračunava vrijednost izraza, uzimajući u obzir red računskih operacija. Primjenjuje pravila o nepromjenjivosti zbiru i nepromjenjivosti razlike. Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja. Množi zbir i razliku brojem $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$; $(a-b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$. Modelira brojevne izraze prema datim (tekstualnim) uvjetima. Rješava zadatke zadane riječima i problemske zadatke. Sastavlja i izračunava vrijednost izraza koja sadrže slovo (promjenjivu). Izračunava vrijednost izraza koji sadrži slovne oznake za odabranu vrijednost promjenjive.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Sabiranje i oduzimanje u prvom milionu, usmeno (nalgoritamsko). Veza sabiranja i oduzimanja. Pravila o nepromjenjivosti zbiru i nepromjenjivosti razlike i primjena. Osnovna svojstva sabiranja (komutativnost, asocijativnost). Nula kao sabirak. Primjena osnovnih svojstava sabiranja u računanju. Zavisnost zbiru od sabiraka. Nepromjenjivost razlike i primjena. 	

- Zavisnost razlike od umanjenika i umanjioca.
- Nepromjenjivost razlike i primjena.
- Oduzimanje zbira od broja.
- Osnovna svojstva množenja i primjena (komutativnost i asocijativnost).
- Zavisnost proizvoda od činilaca.
- Nepromjenjivost proizvoda i primjena.
- Zavisnost količnika od dijeljenika i i djelitelja.
- Nepromjenjivost količnika i primjena.
- Množenje i dijeljenje proizvoda brojem.
- Osobine množenja (komutativnost, asocijativnost).
- Množenjem zbira i razlike brojem (zakon distributivnosti).
- Usmeno množenje. (Množenje višekratnika broja 10 i 100 i ma kojeg broja.).
- Zadaci zadani riječima i složeniji brojevni izrazi u prvoj hiljadi.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Učenici sabiraju i oduzimanja u prvoj hiljadi uz povezivanje sa prethodno stečenim znanjima o zakonitostima i pravilima sabiranja i oduzimanja i to prvo usmeno, a zatim algoritamski. Osobine množenja i množenje zbira i razlike brojem učenici usvajaju kroz konkretnе primjere, ali izvodimo i algebarski zapis. Prilikom primjene računskih operacija važno je znati njihova svojstva kako bi se računanje, a time i primjena pojednostavila. Učenici će uvrštavati broj u algebarski izraz i izračunavati vrijednost izraza, uz sistematičan pristup rješavat će složenije tekstualne zadatke i problemske situacije. Kod učenika poticati korištenje matematičkog jezika, simbola i preciznost u izražavanju.

B.5.3. Primjenjuje matematičke modele za predstavljanje i tumačenje kvantitativnih odnosa.	<ul style="list-style-type: none"> • Izvodi računske operacije sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja brojevima do milion. • Koristi matematičke pojmove i procedure kako bi formirao matematički model. • Matematičkim modelom predstavlja i tumači kvantitativne odnose. • Pismeno množi i dijeli jednocifrenim brojem prema algoritmu. • Pismeno množi i dijeli dvocifrenim brojem prema algoritmu. • Pismeno množi trocifrenim brojem prema algoritmu. • Razlikuje algoritam od matematičkog modela.
---	---

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Pismeno/algoritamsko sabiranje i oduzimanje brojeva u prvom milionu. • Pismeno množenje i dijeljenje jednocifrenim brojem. • Pismeno množenje i dijeljenje dvocifrenim brojem. • Pismeno množenje trocifrenim brojem. • Množenje i dijeljenje korištenjem olakšica. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pismeno sabiranje i oduzimanje do milion se temelji na predznanju učenika o pismenom sabiranju i oduzimanju u skupu brojeva do 1000, učenici su usvojili algoritam kao konačan niz koraka koji ih vodi do rješenja zadatka, a sada samo računaju sa većim brojevima. Pismeno množenje i dijeljenje do milion se, također, temelji na predznanjima, ali se proširuje na pismeno množenje dvocifrenim i trocifrenim brojem i dijeljenjem dvocifrenim brojem. Pismeno dijeljenje je moguće izvoditi na kraći i duži način (s potpisivanjem djelimičnog proizvoda). Preporučuje se kraći način, ako je primjereno mogućnostima učenika. Učenike je potrebno poticati na procjenu rezultata na svim nivoima, a očekivanja su da će učenici to i postizati.

B.5.4. Zapisuje razlomke na različite načine i koristi ih pri rješavanju algebarskih izraza.	<ul style="list-style-type: none"> • Povezuje slikovni prikaz razlomka s brojevним zapisom i obrnuto. • Zapisuje i tumači razlomak povezujući ga sa dijeljenjem. • Imenuje brojnik, nazivnik i razlomačku crtu.
---	--

	<ul style="list-style-type: none"> Rješava jednostavne algebarske izraze sa razlomcima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Razlomci 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
	<p>Usvajanje razlomaka i dalje provoditi pomoću slikovnog prikaza i povezivanja slike sa zapisom, ali i obrnuto brojčani zapis prikazati slikom. Imenovati članove razlomka. Uočiti vezu između razlomaka i dijeljenja. Nastavnik će sa učenicima rješavati jednostavne algebarske izraze sa razlomcima, npr. $1/2+1/2=1$, $1/3+1/3+1/3=1$, ... Napomena: ishodi B.5.4., B.5.5. i B.5.6. se ostvaruju u kombinaciji te u koterelaciji sa ishodima oblasti A/ Skupovi, brojevi i operacije.</p>
B.5.5. Rješava jednačine i nejednačine, opisuje postupke rješavanja i provjerava tačnost rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Koristi slovo kao simbol za broj. Razlikuje jednačinu i nejednačinu. Koristi matematički jezik i simbole pri zapisivanju i rješavanju jednačina i nejednačina u skupu brojeva do milion ($<$, $>$, $=$). Sastavlja jednačinu s jednom računskom operacijom (u skupu brojeva do milion). Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine. Predviđa rješenja postavljenih elementarnih jednačina. Računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija, provjerava rješenje u skupu brojeva do milion.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Upoređivanje brojeva. Znaci $<$, $>$, $=$. Brojevni izrazi u prvom milionu sa sabiranjem i oduzimanjem koji sadrže promjenjivu (slovo). Jednačine oblika: $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $(x \cdot a) \cdot b = c$. Jednačine oblika: $ax+b=c$, $(x+a)-b=c$. Nejednačine oblika: $x \cdot a > b$; $a \cdot x > b$; $x \cdot a < b$; $x \cdot a < b$; $a \cdot x \geq b$; $x \cdot a \leq b$ i sl. Brojevni izrazi u prvom milionu s množenjem i dijeljenjem koji sadrže promjenjivu (npr. slovo x). Jednačine oblika: $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $x:a = b$; $a:x = b$. Nejednačine oblika: $a:x > b$; $a:x < b$; $a:x \leq b$; $a:x \geq b$; $x:a > b$ i sl. Veza između sabiranja i oduzimanja. Veza između množenja i dijeljenja. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
	<p>Na osnovu teksta učenik postavlja jednostavnu jednačinu, argumentuje zapis i izračunava nepoznatu veličinu. Nepoznati član se izračunava primjenom veze među računskim operacijama koristeći postupak rješavanja i provjeravanja jednačine i nejednačine. Učenika potičemo da prilikom rješavanja jednačine ili nejednačine riječima iskaže šta je poznato, a šta nepoznato, te koji su to matematički postupci i operacije kojima ćemo doći do rješenja. Svi navedeni oblici jednačina i nejednačina treba da se prožimaju uz usvajanje računskih operacija u prvom milionu kroz tekstualne i problemske zadatke.</p>
B.5.6. Formuliše pitanja svojstvena matematički i logički zaključuje pri rješavanju matematičkih problema i situacija.	<ul style="list-style-type: none"> Otkriva i objašnjava kriterije po kojima su elementi raspoređeni (parni-neparni brojevi, redni-glavni brojevi, najveći-najmanji brojevi u skupu do milion). Zaključuje po analogiji. Zaključuje od pojedinačnog ka općem.

	<ul style="list-style-type: none"> Provjerava i pokazuje istinitost tvrdnje na konkretnom primjeru. Matematičkim postupcima dolazi do rješenja tekstualnih zadataka. Objašnjava rečenice oblika: „ako je.... onda je...“, „za koliko više ...“, „koliko puta više...“, „za koliko manje“, „koliko puta manje“ i sl.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1.
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Niz brojeva do milion, redni brojevi, parni i neparni. Brojevna linija. Upoređivanje brojeva. Znaci: <, >, =. Veza između sabiranja i oduzimanja. Veza između množenja i dijeljenja. Osnovna svojstva sabiranja i oduzimanja. Osnovna svojstva množenja i dijeljenja. Kvadratni brojevi. Trougaoni brojevi.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Potaknuti učenike da se izražavaju i komuniciraju matematičkim jezikom, da do rješenja dolaze promišljanjem o problemu, da povezuju ranije naučene sadržaje sa novim gradivom. Posebnu pažnju potrebno je posvetiti poimanju skupa prirodnih brojeva i svojstvu beskonačnosti. Zaključivanjem po analogiji dovesti do usvajanja računskih radnji u prvom milionu. Učenike usmjeravati da zaključuju od pojedinačnog i konkretnog ka općem i apstraktном. Rješavanje tekstualnih zadataka provesti različitim strategijama rješavanja problema. Učenike poticati da primjenjuju usvojena matematička znanja u svakodnevnom životu.</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.5.1. Crta trouglove i četverouglove, analizira njihova svojstva i odnose.	<ul style="list-style-type: none"> Opisuje likove: trougao, kvadrat i pravougaonik (vrhovi, stranice, dijagonale i njihovi odnosi). Crta geometrijske likove. Uočava sličnosti i razlike kvadrata i pravougaonika. Modelira pravougaonik od kvadrata. Razlikuje elemente trougla. Identificuje trougao prema broju jednakih stranica.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Trougao, elementi trougla. Vrste trouglova. Modeliranje pravougaonika od kvadrata. Rastavljanje pravougaonika na kvadrate. Crtanje trougla (jednakostranični, jednakokraki i pravougli trougao). Crtanje četverougla (pravougaonik, kvadrat).
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Podučavanje o trouglu potrebno je započeti naslanjajući se na znanja učenika stečena u prethodnom razredu. Potrebno je uočavati stranice trougla i po njima razlikovati vrste trouglova, upotrebljavati tangram kao didaktičko sredstvo. Nastavnik će insistirati na preciznom crtanjtu kako bi se razvijale motoričke vještine upotrebe geometrijskog pribora. Crtanje kvadrata i pravougaonika započeti skiciranjem i crtanjem pomoću kvadratiča u svesci (mreža kvadrata), kako bi učenici što bolje uočili razlike i sličnosti ovih geometrijskih likova. Kao praktičan rad uvesti modeliranje pravougaonika od dva ili više kvadrata izrezivanjem likova od papira ili predstavljanjem ovih likova pomoću čačkalica, slamki, drvca šibice, zatezanjem konopca i sl. Nakon</p>	

takve pripreme učenicima će biti lako usvojiti pravilan postupak crtanja ovih likova. Insistirati da učenici, nakon crtanja zadanih figura, pravilno matematički zapišu i označe stranice, a dužine stranica izraze u odgovarajućim jediničnim mjerama.

C.5.2. Računa obim i površinu geometrijskih likova i tijela.	<ul style="list-style-type: none"> Izračunava obim trougla, kvadrata i pravougaonika uz pomoć formule i odgovarajućih mjernih jedinica. Upoznaje i razlikuje mjerne jedinice za površinu (1 m^2, 1 dm^2, 1 cm^2, 1 mm^2, 1 km^2). Vrši preračunavanja mjernih jedinica. Izračunava površinu kvadrata i pravougaonika uz pomoć formule i primjenom odgovarajućih mjernih jedinica. Opisuje i izračunava površinu geometrijskih tijela (kocka i kvadar) uz pomoć formule i primjenom odgovarajućih mjernih jedinica. Otkriva i obrazlaže formule za izračunavanje obima i površine pravougaonika, kvadrata, kvadra i kocke.
---	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.
---------------------------	------------------------------

Ključni sadržaji

- Obim/opseg trougla, kvadrata i pravougaonika.
- Upoređivanje i mjerjenje površine pravougaonika (kvadrata).
- Izračunavanje površine kvadrata i pravougaonika.
- Mreža kocke.
- Izračunavanje površine kocke.
- Mreža kvadra.
- Izračunavanje površine kvadra.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Rješavati zadatke mjerjenja povezane sa učenikovom okolinom. Poticati ih da kreiraju crteže sastavljene od geometrijskih likova, te da računaju obim i površinu tih likova. Slaganjem slika od dijelova tangrama mjeriti dimenzije likova i računati obim prema formuli. Mjerjenje površine pravougaonika i kvadrata započeti mjerjenjima pomoću jediničnih kvadrata, a kod tijela, kvadra i kocke, mjeriti veličine pomoću mreže kvadra i kocke (isijecanjem papira) i povezivanjem sa površinom pravougaonika/kvadrata. Nakon takve pripreme učenicima će biti jasnije koliko su i na koji način povezani likovi i tijela, te kako su izvedene formule za izračunavanje površina likova i tijela. Koristiti edukativne igre (premještanje, dočrtavanje, isijecanje dijelova slike da se dobije određeni lik) i dostupne interaktivne računarske igre kojima bi se primjenile dobivene informacije o obimu i površini dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih figura.

C.5.3. Mjeri i računa zapreminu geometrijskih tijela.	<ul style="list-style-type: none"> Imenuje i razlikuje mjerne jedinice za zapreminu (1 m^3, 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3). Preračunava mjerne jedinice i primjenjuje ih pri rješavanju zadataka. Opisuje i izvodi formule za računanje zapremine kocke i kvadra. Računa zapreminu kocke i kvadra koristeći formulu i odgovarajuće mjerne jedinice. Primjenjuje formule za izračunavanje zapremine na praktičnim zadacima iz svakodnevnog života.
--	---

Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1. MTP-3.2.2.
---------------------------	------------------------------

Ključni sadržaji

- Modeliranje kvadra od kocki.
- Rastavljanje kvadra na kocke.
- Upoređivanje i mjerjenje zapreminе kvadara.
- Jedinične mjere za zapreminu (1 m^3 , 1 dm^3 , 1 cm^3 , 1 mm^3).
- Izračunavanje zapreminе kvadra i kocke.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Poučavanje zapremine početi mjerjenjem zapremina različitih posuda presipanjem tečnosti. Opisivati vezu između oblika i volumena. Povezati zapreminu tečnosti sa zapreminom prostora. Birati zadatke povezane sa učenikovom okolinom. Formule se izvode redanjem jediničnih kocki ili uz pomoć računarskih simulacija. Kroz različite tipove zadataka vježbati upotrebu formula. Insistirati na obaveznom zapisivanju mjernih jedinica i njihovom pravilnom izgovoru (npr. „kubnih metara“ a ne „metara kubnih“). U zadacima sa preračunavanjem mjernih jedinica koristiti primjere bliske učeničkom iskustvu i one koje se koriste u realnom životu.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.5.1. Formuliše problem, prikuplja i obrađuje podatke iz različitih izvora, te ih predstavlja u različitim formama i interpretira na različite načine.	<ul style="list-style-type: none"> Prikuplja i razvrstava podatke prema zadatim kriterijima. Obrađuje prikupljene podatke u sklopu istraživanja. Rezultate istraživanja prikazuje u različitim formama. Interpretira rezultate istraživanja na različite načine.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1. MTP-4.1.2.

Ključni sadržaji

- Rad na tablicama, različitim grafikonima i dijagramima.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Prilikom prikupljanja i razvrstavanja podataka prema zadatom kriteriju i tokom obrade podataka i interpretacije rezultata, učenici mogu koristiti tehnologiju za prikaz dobivenih rezultata. Potrebno je odabrat odgovarajuće uređaje i programe primjerene učenicima i tehničkim mogućnostima škole. Izrada digitalnih sadržaja najčešće započinje izradom digitalnoga crteža. Ako je moguće, koristiti se uredajima s dodirnom plohom kako bi učenici mogli crtati prstima ili olovkom. Predlaže se za početak i upotreba programa koji nude djelomično gotova rješenja. Potrebno je istražiti mogućnosti modernih multimedijskih online programa koji se mogu upotrebljavati u obrazovnu svrhu, izraditi prezentaciju, multimedijski plakat, kalendar i grafički prikaz podataka. Podaci u današnjem informacijskom društву rezultat su vizuelnog prikaza kvanitativnih informacija u dijagramima, tabelama i grafikonima. Učenici trebaju razumjeti da grafikoni i dijagrami pomažu organizirati informacije i pružaju način upoređivanja podataka. Učenici koriste podatke da bi odgovorili na pitanja koja nadmašuju samo čitanje prikazanih podataka (npr. rješavanje problema i izvođenje računanja pomoću podataka, kombiniranje podataka). Prilikom tumačenja različitih podataka u razrednoj nastavi nužno je povezivanje matematike i nekih drugih nastavnih predmeta pa se matematički sadržaji mogu raditi na časovima Prirode, Društva, Likovne kulture, Bosanskog/Hrvatskog/Srpskog jezika i književnosti (STEM i STEAM pristup), organiziranjem projektne nastave, a posebno su pogodni za časove odjeljenjske zajednice (npr. prikupljanje i obrada različitih podataka: uspjeh u učenju, izostanci, učešće u humanitarnim akcijama i dr.).

D.5.2. Procjenjuje i predviđa ishode istraživanja i ishode događaja u matematičkim igrama.	<ul style="list-style-type: none"> Razlikuje manje, više i jednak vjerovatne događaje i povezuje na navedenom primjeru. Primjenjuje proširenu terminologiju kako bi procijenio ili predvidio ishod događaja/istraživanja (...šansa, nesumičan, hoće se dogoditi, neće se dogoditi, možda će se dogoditi i sl.). Određuje mogućnost pojavljivanja nekog događaja u datoј situaciji ili jednostavnim matematičkim igrama.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.1. MTP-4.2.2.

Ključni sadržaji

- Različite matematičke igre.
- Problemски zadaci.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Kroz igru učenici otkrivaju koncepte vjerovatnoće i usvajaju jezik vjerovatnoće. One učenicima omogućavaju da samostalno kroz rješavanje problema izgrađuju novo matematičko znanje, logički zaključuju, argumentuju svoje tvrdnje, povezuju matematičke sadržaje unutar i izvan matematičkog konteksta, prikazuju matematičke ideje na različite načine te komuniciraju koristeći matematički jezik. Izgrađujući znanje o vjerovatnoći učenici istovremeno imaju priliku razvijati matematičke procese i time sticati vještine koje će im biti potrebne u stvarnom životu te koje će ih pripremiti za cjeloživotno učenje. S obzirom da su aktivnosti vezane uz igru, one su učenicima zanimljive, te ih samim time potiču da stvaraju pozitivan stav prema matematici. Poticati učenike da postavljaju pitanja i govore o svojim predviđanjima, idejama, postupcima čime se potiče njihova znatiželja i kreativnost. Također je važno da učenici znaju predvidjeti ishode istraživanja, verbalizirati zaključke do kojih su došli eksperimentirajući i proučavajući ovo područje. Za predviđanje događaja koristiti termine manje, više i jednako vjerovatan ishod.

6. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>A.6.1. Upotrebljava skupove i operacije nad skupovima.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Zapisuje skupove ekvivalentnim zapisima i predstavlja ih grafički (EulerVennov dijagram) koristeći simbole. • Određuje broj elemenata skupa. Prepozna prazan skup. • Formira podskup, uniju, presjek i razliku skupova, uređeni par i direktni proizvod dva skupa, predstavlja ih grafički i simbolički. • Koristi skupove i skupovne operacije u primjerima iz svakodnevnog života uz grafičku ilustraciju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Skup. • Presjek, unija i razlika skupova. • Dekartov proizvod skupova. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Skup, koji su učenici ranije poimali više intuitivno, sada se do određenog stepena formalizuje. Međutim, formalizaciji ovog sadržaja mora se pristupiti oprezno i postupno uz primjere iz učeničkog okruženja. Navesti učenike da sami prepoznaaju skupove i da odrede njihove elemente po prepoznatoj osobini. S Vennovim dijagramima uvesti slikovni prikaz skupova, a kasnije i operacije sa skupovima uniju, presjek i razliku takođe predstaviti grafički. Dekartov proizvod skupova predstaviti grafički, šemom i mrežom. Na primjeru pokazati da je $A \times B \neq B \times A$ ističući da je bitan poredak članova unutar uređenog para. Specijalno, ako je $A = B$ onda $A \times A = A^2$ zovemo Dekartov kvadrat skupa A. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.</p> <p>Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.6.</p>	
<p>A.6.2. Brojevnim izrazom u skupu \mathbb{N}_0 modelira problemsku situaciju.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Čita i zapisuje prirodne brojeve uključujući brojeve veće od miliona. • Čita, zapisuje i tumači znakove $<$, $>$, \leq, \geq, $=$, \neq pri upoređivanju u skupu \mathbb{N}_0 do miliona. • Izvodi računske operacije u skupu \mathbb{N}_0 primjenjujući osobine računskih operacija. • Pridružuje prirodne brojeve tačkama brojevne prave i očitava ih. • Računa vrijednost jednostavnih algebarskih izraza. • Usmeno računa i procjenjuje rezultat, te tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-1.2.1. MTP1.2.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Skupovi \mathbb{N} i \mathbb{N}_0. • Sabiranje (zbrajanje), oduzimanje, množenje i dijeljenje (s ostatkom) u skupu \mathbb{N}_0. • Osobine računskih operacija: komutativnost, asocijativnost, distributivnost. • Izrazi s promjenljivim veličinama. • Pridruživanje brojeva po datom pravilu (brojna vrijednost izraza). 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ovo nastavno gradivo realizovati kao ponavljanje, proširivanje i dopunu znanja koje je učenik usvojio ranije te „podići“ nivo učeničkog znanja od konkretnog poimanja pojmove ka njihovom apstraktnom značenju koristeći se nastavnim metodama zasnovanim na heurističkoj i problemskoj nastavi. Ovdje se misli i na važne generalizacije do kojih dolazimo koristeći se osobinama operacija u skupu \mathbb{N} . Prilikom ponavljanja osobina računskih operacija učenicima pokazati neke interesantne i jednostavnije načine izvođenja operacija npr. kod operacije množenja: tablica malih brojeva do 10, pomoću prstiju lijeve i desne ruke, množenje prirodnih brojeva kojima je zbir posljednjih brojeva 10, množenje dvocifrenih brojeva napisanih jedan ispod drugog ili pronaći neke druge zanimljivosti vezane za brojeve. Primjenu osobina računskih operacija najviše usmjeriti ka distributivnosti množenja prema sabiranju i oduzimanju. Poželjno je navoditi zadatke sa više računskih operacija i zagrada kako bi se uvježbao redoslijed računskih operacija, njihove osobine i oslobođanje od zagrada te grupisanje jednakih faktora u zagradu.

Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.4.

A.6.3. Povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka.	<ul style="list-style-type: none">Povezuje slikovni prikaz razlomka s brojnim zapisom i obratno.Čita, zapisuje i tumači razlomak povezujući ga s dijeljenjem.Povezuje različite zapise razlomaka, mješovitih brojeva i prirodnih brojeva.Definiše razmjeru (omjer) i primjenjuje je.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-2.1.2.

Ključni sadržaji

- Pojam i prikaz razlomka.
- Pravi, nepravi, prividni razlomci i mješoviti brojevi.
- Razmjera (omjer).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Prilikom povezivanja različitih brojevnih zapisa razlomaka koristiti se crtežima, modelima, savijanjem papira, brojnim pravcem i digitalnim alatima. Kroz odabранe primjere osvijestiti kod učenika vezu između razlomka i operacije dijeljenja. Razmjeru brojeva primijeniti u zadacima koji se povezuju sa sadržajima nastave geografije (omjeri na kartama) te kroz ostala obrazovna područja: sport i zdravlje, ljudi i društvo, kreativnost i dizajn i sl. Po mogućnosti koristiti se Geogebrom i drugim matematičkim programima koji su pogodni za jednostavno i brzo prikazivanje različitih razlomaka i odnosa između cijelog i njegovih dijelova kao i između samih dijelova cijelog.

Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.4.

A.6.4. Proširuje i skraćuje razlomke i svodi ih na zajednički nazivnik.	<ul style="list-style-type: none">Proširuje i skraćuje razlomke.Skraćuje razlomak do nesvodivog razlomka.Svodi razlomke na zajednički nazivnik i najmanji zajednički nazivnik uz obrazloženje postupka.Tumači rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1.

Ključni sadržaji

- Proširivanje i skraćivanje razlomaka.
- Svođenje razlomaka na jednake nazivnike.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pri uvođenju postupka proširivanja i skraćivanja razlomaka, te svođenja na zajednički nazivnik koristiti se slikovnim prikazom, te voditi računa da nazivnici ne trebaju biti veliki brojevi. Ravnopravno uključiti prirodne i mješovite brojeve te decimalne zapise racionalnih brojeva.

<p>A.6.5. Povezuje i primjenjuje različite zapise decimalnih brojeva.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Čita, zapisuje i tumači decimalne brojeve. • Objasnjava mjesne vrijednosti decimalnih brojeva. • Povezuje i primjenjuje različite zapise brojeva (prirodnih, decimalnih brojeva, razlomaka, mješovitih brojeva). • Bira odgovarajući oblik broja u kontekstu problema. • Otkriva beskonačne decimalne brojeve.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Decimalni razlomci i decimalni zapis broja. • Pretvaranje razlomaka u decimalne brojeve i obratno. • Beskonačni decimalni broj. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Istaknuti da decimalni zarez u matematici odgovara decimalnoj tački u nekim područjima i na kalkulatoru. Ukazati na vezu između razlomka i operacije dijeljenja te na ekvivalentne razlomke jednakih vrijednosti a različitog zapisa (prošireni i skraćeni razlomci). Poticati učenike da usmenim računanjem prelaze između različitih zapisa brojeva (posebno kod razlomaka čiji je nazivnik 2, 4, 5 ili dekadska jedinica). Navođenjem odabranih primjera npr. date razlomke $\frac{4}{5}, \frac{9}{8}, \frac{5}{25}, \frac{1}{3}$ predstaviti u decimalnom obliku, zaključiti da razlomke možemo predstaviti kao konačne decimalne brojeve ili kao decimalne brojeve sa beskonačno mnogo decimala kod koji se jedna ili više cifara beskonačno ponavlja.</p> <p>Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.6.4.</p>	
<p>A.6.6. Zaokružuje decimalne brojeve.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Primjenjuje pravila zaokruživanja decimalnih brojeva. • Smisleno zaokružuje prirodne i decimalne brojeve prema uslovima zadatka. • Uočava grešku pri zaokruživanju i procjenjuje njen uticaj na rješenje. • Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Zaokruživanje decimalnih brojeva. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Napomenuti da za potrebe praktičnog računanja ili za provjeru smislenosti rješenja nije uvijek potrebno precizno računanje. Na osnovu navedenih pravila koje koristimo pri zaokruživanju brojeva, dobivene vrijednosti tada zaokružujemo do npr. najbliže desetice, stotine ili najbližeg cijelog, itd. Znak \approx čitamo „približno“. Primjenjivati zaokruživanje decimalnih brojeva prilikom npr. računanja sa novcem. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.</p>	
<p>A.6.7. Računa sa pozitivnim razlomcima i decimalnim brojevima.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Sabira, oduzima, množi i dijeli pozitivne razlomke i decimalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija. • Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza. • Raščlanjuje složene problemske situacije ili izračunavanja u jednostavnije korake kako bi došao do rješenja. • Rješava problemsku situaciju, procjenjuje i provjerava tačnost dobivenih rješenja, te ih povezuje s kontekstom problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1. MTP-1.2.2.

Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Računske operacije sa pozitivnim razlomcima. • Računske operacije sa decimalnim brojevima. • Osobine računskih operacija u skupu Q^+. • Vrijednost jednostavnog algebarskog izraza za zadane razlomke ili decimalne brojeve. • Brojevni izrazi sa razlomcima i decimalnim brojevima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Koristi grafičke prikaze, slike, animacije i slično kako bi učenici lako uočili pravila računskih operacija sa razlomcima. Kod operacija sa decimalnim brojevima usmeno računati i procjenjivati rezultat kad god je to moguće. Računati vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane vrijednosti. Rješavati matematičke mozgalice, premetaljke, brojne nizove, magične kvadrate, tarsije i slično. Poticati učenike da crtaju mape uma kako bi sistematično ponovili i povezali gradivo. Koristiti se programima dinamične geometrije (Geogebra i sl.) te ostalim primjerenum i dostupnim interaktivnim programima, alatima i edukativnim igrama.</p>	
A.6.8. Primjenjuje upoređivanje pozitivnih razlomaka i decimalnih brojeva.	<ul style="list-style-type: none"> • Upoređuje pozitivne racionalne brojeve različitog zapisu. • Bira odgovarajući zapis racionalnog broja u kontekstu zadatka. • Reda po veličini pozitivne racionalne brojeve koristeći se produženom nejednakosću. • Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Upoređivanje razlomaka. • Upoređivanje decimalnih brojeva. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>S ciljem razumijevanja postupka upoređivanja pozitivnih razlomaka, na mjestu brojnika i nazivnika koristiti se manjim brojevima. Poticati učenike na zaokruživanje decimalnih brojeva u kontekstu zadatka, te procjenu greške. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.</p>	
Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.6.1. Primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva.	<ul style="list-style-type: none"> • Primjenjuje djeljivost brojevima 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 i 15 i tumači postupak koji provodi. • Rastavlja broj na proste faktore. • Pronalazi zajedničke djelioce, najveći zajednički djelilac NZD, zajedničke višekratnike (sadržaoce), najmanji zajednički sadržalac (NZS) dvaju i više prirodnih brojeva. • Primjenjuje osobine djeljivosti proizvoda prirodnih brojeva. • Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema. • Opisuje i primjenjuje svojstvo relativno prostih brojeva
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Djelitelj i sadržalac broja. • Djeljivost zbiru, razlike i proizvoda. • Djeljivost sa 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 15, ... • Prosti, složeni i relativno prosti brojevi. • Rastavljanje broja na proste faktore. • Najveći zajednički djelilac NZD. • Najmanji zajednički sadržalac NZS. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Kroz niz primjera učenik treba da količnik “a podijeljeno sa b” povezuje sa jednakošću $a = b q + r$, $0 \leq r < b$, odnosno $a = b \cdot q$ ukoliko su a i b djeljivi bez ostatka. Pojam djeljivosti može se sada korektno tumačiti pa i definisati. Prije nego što se obradi djeljivost brojevima 2,3,4,5,... potrebno je na dosta konkretnih primjera pokazati djeljivost zbiru, razlike odnosno proizvoda brojem. Zatim, primjenom konkretnizacije voditi učenike do „otkrića“ te izvesti odgovarajuće generalizacije i dati zaključke o djeljivosti prirodnih brojeva. Nakon toga dobivene zaključke uopštiti u pravila o djeljivosti prirodnih brojeva. Uvesti pojma najmanji zajednički sadržalac i najveći zajednički djelilac za dva ili više prirodnih brojeva. Moguća istraživanja: savršeni brojevi, prijateljski brojevi,...

B.6.2. Rješava i primjenjuje linearne jednačine i nejednačine u skupu \mathbb{Q}^+ .	<ul style="list-style-type: none"> • Sastavlja jednačinu i nejednačinu koristeći računske operacije i zgrade u skupu \mathbb{Q}^+. • Rješava linearu jednačinu oblika $ax=b$, $a,b \in \mathbb{Q}^+$ provjeravajući tačnost dobivenog rješenja. • Izražava nepoznatu veličinu iz jednostavne linearne jednačine koristeći se vezom među računskim operacijama. • Tumači i raščlanjuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine. • Obrazlaže smislenost rješenja zadatog problema. • Obrazlaže rješenja nejednačina na brojevnoj polupravoj.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1. MTP-2.2.2. MTP-2.2.3.

Ključni sadržaji

- Linearne jednačine u skupu \mathbb{Q}^+ .
- Linearne nejednačine u skupu \mathbb{Q}^+ .

Preporuke za ostvarenje ishoda

Jednačine i nejednačine uvesti analogijom vase za mjerjenje (ravnoteža lijeve i desne strane). Lijeva strana je jednaka desnoj strani, pa ako i jednoj i drugoj strani istovremeno dodamo ili oduzmemo isti broj, nećemo narušiti ravnotežu. Početi sa rješavanjem osnovnih linearnih jednačina oblika: $x + a = b$, $x - a = b$, $a - x = b$, $a \cdot x = b$, $x : a = b$, a : $x = b$, gdje su a i b prirodni ili pozitivni racionalni brojevi a zatim preći na rješavanje složenijih jednačina koje se svode na osnovne. Povezati zadatu linearu jednačinu sa odgovarajućim problematskim zadatom – matematička priča. Rješavati jednačine i nejednačine (nepoznat sabirak, umanjenik, faktor ili dijeljenik), gdje je to moguće, ekvivalentnim transformacijama koristeći se osobinama jednakosti i nejednakosti, npr. $x + 3 = 10 / -3 \Leftrightarrow x + 3 - 3 = 10 - 3 \Leftrightarrow x = 7$.

Kada je umanjilac ili djelilac nepoznata veličina datu jednačinu/nejednačinu rješavati koristeći se vezom između računskih operacija. Insistirati na argumentovanju postupka prilikom rješavanja kao i na provjeri rješenja. Uvesti primjere sa izračunavanjem obima i površine kvadrata i pravougaonika (veza sa ishodom C.6.7.), te sa izračunavanjem nepoznate stranice ako su poznati obim ili površina geometrijskog lika. Rješavati osnovne linearne nejednačine, a zatim složenije te posebnu pažnju obratiti predstavljanju rješenja na brojnoj polupravoj (veza sa ishodom C.6.4.) i provjeri rješenja.

B.6.3. Prepoznaće funkcije (preslikavanja) i predstavlja ih tabelom i grafički.	<ul style="list-style-type: none"> • Razlikuje domenu i kodomenu funkcije. • Razlikuje nezavisno promjenljivu veličinu x od zavisno promjenljive veličine y. • Simbolom označava funkciju. • Funkciju predstavlja tabelom i grafički.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.

Ključni sadržaji

- Pojam funkcije.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Prvo spomenuti primjere u kojima se javlja potreba da se svakom elementu nekog skupa pridruži određeni element nekog drugog ili istog skupa npr. svakom djetu pridružuje se ime, kupljenom automobilu registarske tablice, itd. Istaknuti da je funkcija definisana domenom, kodomenom i propisom (pravilom, dogовором), te je predstaviti tabelom i grafikom. Ovaj sadržaj povezati sa sadržajima drugih nastavnih predmeta kroz interaktivne digitalne materijale.

Oblast: C/ Geometrija i mjerena mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.6.1. Određuje vrstu ugla i crta ugao.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje, crta i označava ugao i njegove elemente. • Prepoznaće, upoređuje i crta pravi, oštri, tupi, ispruženi i puni ugao. • Razlikuje konveksne i nekonveksne uglove. • Prepoznaće i ističe tačke koje pripadaju ili ne pripadaju uglu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Ugao (pojam, elementi, obilježavanje). • Vrste uglova: puni, opruženi, tupi, pravi, oštri, nula- ugao. • Konveksni i nekonveksni uglovi. • Prenošenje i upoređivanje uglova. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>O uglovima čujemo u svakodnevnom životu npr. promijenio se za 180°, ruže su zasađene u uglovima bašte, zavisi iz kog ugla gledaš,... Da bi učenici usvojili pojam ugla koristiti se raznim primjerima iz učenikovog okruženja te animacijama vezanim za ovu temu.</p>	
C.6.2. Definiše i konstruiše krug i njegove elemente.	<ul style="list-style-type: none"> • Definiše i konstruiše krug i njegove elemente (kružnica, poluprečnik i centar) koristeći matematičke simbole. • Prepoznaće centralni ugao kružnice i njegove osobine. • Utvrđuje međusobni odnos kružnice i prave kao i odnos dviju kružnice.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1. MTP-3.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Kružnica i krug. • Konstrukcija kruga i njegovih elemenata (kružnica, poluprečnik, centar). • Prava i kružnica. • Odnos dviju kružnica. • Centralni (središnji) ugao, kružni luk i tetiva. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prilikom navođenja elemenata (centar, poluprečnik,...) kojima definišemo pojmove krug, kružnica,... poželjno je spomenuti njihove sinonime kako bi učenici mogli bez poteškoća koristiti i literaturu iz susjednih zemalja, a na taj način obogaćivati svoj matematički rječnik. Voditi računa o pravilnoj upotrebi geometrijskog pribora. Poželjno je koristiti papir bez linija. Poticati na razmišljanje pitanjima npr. na koliko skupova tačaka kružnica dijeli jednu ravan i sl. Kako bi učenici shvatili da je kružnica zakrivljena linija koja omeđuje krug ali i da je njegov sastavni dio, važno je koristiti se ilustracijama na kojima je unutrašnjost kruga obojena. Time se odmah uočava da je krug K površ, a kružnica k rubna linija. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.</p>	
C.6.3. Računa mjeru ugla.	<ul style="list-style-type: none"> • Mjeri i crta uglove pomoću uglomjera. • Računa mjeru ugla u stepenima, minutama i sekundama. • Opisuje susjedne, uporedne i unakrsne uglove. • Određuje mjere susjednih, uporednih i unakrsnih uglova.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Mjera ugla. • Susjedni, uporedni i unakrsni uglovi. • Računske operacije sa mernim brojevima za uglove. • Komplementni i suplementni uglovi. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pokazati kako pomoću uglomjera mjerimo i crtamo uglove te ukazati da je mjera ugla imenovani broj, a nekad i višeimenovani broj npr. $28^{\circ}12'$. U skladu s tim uglove sabiramo i oduzimamo, a takođe uglove možemo da množimo i dijelimo prirodnim brojem. Ponuditi učeniku nacrtan ugao kako bi prepoznao o kojemu je uglu riječ bilo da se radi o određivanju mjere ugla ($30^{\circ}, 60^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}, 180^{\circ}, 360^{\circ}$) ili o vrsti ugla. Poticati na razmišljanje pitanjima npr. da li su susjedni uglovi ujedno i uporedni ili je obratno, da li uporedni uglovi mogu biti jednaki,...

C.6.4. Pridružuje cijele i racionalne brojeve tačkama brojevne ose.	<ul style="list-style-type: none"> • Pridružuje tačke pravca cijelim i racionalnim brojevima (ishodište, jedinična duž, koordinata tačke). • Očitava koordinatu tačke, opisuje njen položaj na brojnoj osi te zapisuje matematičkim simbolima. • Procjenjuje položaj racionalnog broja u odnosu na najbliže cijele brojeve.
--	--

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Prikazivanje cijelih i racionalnih brojeva na brojevnoj osi.
- Pridruživanje decimalnih brojeva tačkama na brojevnoj osi.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Na brojnoj osi prikazivati razlomke sa nazivnikom manjim od broja 10. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.

Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodima A.6.3. i A.6.5.

C.6.5. Crtanje tački zadane koordinatama iz skupa N_0 u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni.	<ul style="list-style-type: none"> • Organizira pravougli koordinatni sistem u ravni (ishodište, jedinične duži, koordinate tačke, koordinatne osi). • Povezuje koordinate tačke i uređeni par prirodnih brojeva. • Očitava i crta tačke zadane koordinatama iz skupa N_0 uz odgovarajući zapis matematičkim jezikom. • Crtanje likova određene tačkama s koordinatama iz skupa N_0.
---	--

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Pravougli koordinatni sistem u ravni.
- Uređeni par.
- Tačke sa koordinatama iz skupa N_0 .

Preporuke za ostvarenje ishoda

Stvarati likove i slike. Igre: šah, potapanje brodova. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.6.6. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata, te koristi simbole i različite prikaze.	<ul style="list-style-type: none"> • Razlikuje odnose između tačaka, duži, pravih, polupravih u ravni koristeći matematičke simbole i obrnuto. • Razlikuje paralelne i okomite prave. • Razlikuje ravan i poluravan.
--	---

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Izlomljena linija, mnogougao.
- Tačka, poluprava, prava, poluravan i ravan.
- Paralelne i okomite prave u ravni.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pravu i polupravu potrebno je pravilno crtati koristeći se geometrijskim priborom, označavati i imenovati. Navoditi učenike da naučene geometrijske likove (prava, poluprava, duž, izlomljena linija, ...) dožive kao skupove tačaka. Odnose između geometrijskih likova zapisati pomoću simbola za uniju, presjek i razliku skupova. Po mogućnosti koristiti namjenske računarske software npr. Geometer's Sketchpad, Geogebra, Auto Cad – kompjuterski program za nastavu matematike.

Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom A.6.1,

C.6.7. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.

- Preračunava mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, površinu (mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2) i mjeru ugla, primjenjujući ih pri rješavanju problema.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.2.1.

Ključni sadržaji

- Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, površinu i mjeru ugla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su
za dužinu: km, m, dm, cm, mm;
za masu: t, kg, dag, g, mg;
za vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina;
za mjeru ugla: ugaoni stepen, ugaona minuta, ugaona sekunda
za površinu: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 .

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja

D.6.1. Čita i prezentuje podatke predstavljene tabelom, dijagramom ili koordinatnim sistemom.

Razrada ishoda

- Čita podatke predstavljene tabelom, dijagramom ili koordinatnim sistemom.
- Prezentuje prikupljene podatke koristeći tabelu, dijagram ili koordinatni sistem.
- Računa aritmetičku sredinu dva broja.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-4.1.2

Ključni sadržaji

- Rad sa dijagramima.
- Aritmetička sredina dva broja.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Nakon obrađene teme o skupovima brojeva moguće je učenicima predstaviti razne dijagrame npr. linijski i stupčasti, kako bi im se prikazali i pročitali podaci sa njih. Također, nakon obrađene teme o racionalnim brojevima moguće je predstavljati podatke koristeći se kružnim dijagramom. Navedenu oblast koristiti pri rješavanju problemskih zadataka iz svakodnevnog života te projektnih zadataka uz samostalno ili grupno istraživanje i pronalaženje rješenja.

7. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>A.7.1. Prikazuje i primjenjuje cijele brojeve.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Na brojnom pravcu istražuje i otkriva cijele brojeve, suprotne brojeve i absolutnu vrijednost cijelog broja. • Čita, zapisuje i tumači znakove $<$, $>$, \leq, \geq, $=$, \neq pri upoređivanju cijelih brojeva. • Pridružuje cijele brojeve tačkama pravca i obratno. • Skupovnim zapisom prikazuje rješenja elementarnih nejednačina u skupu cijelih brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2 MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Pojam negativnog cijelog broja. • Skup cijelih brojeva. • Pridruživanje cijelih brojeva tačkama brojevne prave. • Suprotni brojevi. • Absolutna vrijednost cijelog broja. • Uređenje u skupu cijelih brojeva. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Objasniti prirodu proširenja skupa \mathbb{N} na skup \mathbb{Z} (operacije sabiranja i množenja su algebarske u skupu \mathbb{N} dok operacije oduzimanja i dijeljenja nisu). Skupu \mathbb{N} dodajmo 0 i sve negativne brojeve, $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ koristeći se odgovarajućim računanjima sa veličinama koje možemo mijenjati u dva suprotna smjera (vrijeme, kretanje udesno – uljevo, gore – dolje, geografska dužina i širina,...). Istaknuti razliku između značenja predznaka + i – brojeva od simbola za računske operacije sabiranja i oduzimanja.</p> <p>Definisati pojam suprotnog broja datom broju s osvrtom na njihove jednake apsolutne vrijednosti. Ilustrovati apsolutnu vrijednost i upoređivanje cijelih brojeva na brojevnoj pravoj te upotrijebiti termin „koordinata tačke“. Matematičkim zapisom prikazivati skup cijelih brojeva kao i odnos skupova brojeva.</p> <p>Napomena: ovaj ishod je povezan sa ishodom C.7.6.</p>	
<p>A.7.2. Računa s cijelim brojevima.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Sabira, oduzima, množi i dijeli cijele brojeve primjenjujući osobine računskih operacija. • Obrazlaže izbor matematičkih postupaka pri iznalaženju rješenja. • Procjenjuje i preispituje smislenost rezultata. • Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza. • Brojevnim izrazom modelira problemsku situaciju koju rješava.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Sabiranje cijelih brojeva. • Oduzimanje cijelih brojeva. • Osobine sabiranja cijelih brojeva. • Množenje cijelih brojeva i osobine množenja. • Dijeljenje cijelih brojeva. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prilikom izvođenja operacije sabiranja cijelih brojeva koristiti se primjerima stanja temperature, promjene vodostaja rijeke, nadmorske visine – dubine mora, dobitka – gubitka i dr. Operaciju sabiranja ilustrovati na brojnoj pravoj i poslije više primjera usmenog računanja navesti pravilo sabiranja cijelih brojeva istog i različitog predznaka. Operaciju oduzimanja uvesti kao obrnutu operaciju sabiranju. Koristiti odgovarajuće primjere iz stvarnosti za uvođenje pravila množenja u skupu cijelih brojeva. Prvo se izvodi osnovno pravilo za</p>	

množenje dva cijela broja zatim analogijom to se pravilo proširuje na množenje tri cijela broja te se na kraju to pravilo generalizira. Pokazati osobine operacija sabiranja i množenja cijelih brojeva na primjerima te ukazati da ova svojstva vrijede u skupu \mathbb{Z} kao i u skupu N . Dijeljenje definisati kao obrnutu operaciju operacije množenja. Navedene operacije u skupu \mathbb{Z} vježbati rješavajući matematičke mozgalice, premetaljke, brojevne nizove, magične kvadrate,...

A.7.3. Analizira svojstva i odnose brojeva u skupu Q .	<ul style="list-style-type: none"> Razlikuje svojstva skupova N, Z i Q i njihove međusobne odnose uz grafičku ilustraciju. Koristi apsolutnu vrijednost racionalnog broja. Prikazuje racionalne brojeve na brojevnoj pravoj i opisuje kvantitativne odnose. Reda po veličini racionalne brojeve koristeći se produženom nejednakosti. Bira prikladan zapis broja u kontekstu problema.
Poveznice sa ZJNPP	

Ključni sadržaji

- Skup racionalnih brojeva Q .
- Apsolutna vrijednost racionalnog broja.
- Uređenje skupa racionalnih brojeva.
- Decimalni zapis racionalnog broja.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Skup pozitivnih racionalnih brojeva proširujemo na skup racionalnih brojeva ukazujući na potrebu za tim. Dobar način grafičkog prikazivanja odnosa skupova brojeva N , Z i Q su Vennovi dijagrami. Poticati učenike da usmenim računanjem prelaze između različitih zapisa racionalnih brojeva.
Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.7.6.

A.7.4. Bira i kombinuje metode i operacije za rješavanje problema u skupu Q .	<ul style="list-style-type: none"> Sabira, oduzima, množi i dijeli racionalne brojeve u različitim prikazima. Rješava složeni dvojni razlomak. Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija u skupu Q. Rješava problemske situacije koristeći racionalne brojeve, procjenjuje i provjerava tačnost dobivenih rješenja
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1

Ključni sadržaji

- Računske operacije sa racionalnim brojevima.
- Osobine računskih operacija u skupu Q .
- Brojevni izrazi sa racionalnim brojevima, sa i bez zagrada.

Preporuke za ostvarenje ishoda

U zadacima kombinovati različite prikaze racionalnih brojeva. Razvijati naviku racionalisanja postupaka u toku rada. Brojevne izraze rješavati na više načina.

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.7.1. Sastavlja i rješava linearne jednačine i nejednačine u skupu Q .	<ul style="list-style-type: none"> Prikazuje linearne jednačine i nejednačine koristeći računske operacije i zgrade u skupu Q. Opisuje postupak rješavanja jednačine i nejednačine u skupu Q. Izražava nepoznatu veličinu iz jednostavne jednačine, koristeći se osobinama računskih operacija u skupu Q. Koristi se obimom i površinom

	<p>geometrijskih likova za računanje dužina njihovih stranica i visina.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Predstavlja na različite načine rješenja linearnih jednačina i nejednačina. • Obrazlaže smislenost rješenja zadatog problema. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rješava jednačine sa absolutnim vrijednostima i obrazlaže smislenost rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1 MTP-2.2.2 MTP-2.2.3
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Linearne jednačine i nejednačine sa sabiranjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem u skupu Q. • Primjena linearnih jednačina u skupu Q. • Prošireni sadržaj: • Jednačine sa absolutnim vrijednostima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Jednačine i nejednačine rješavati preko ekvivalentnih transformacija koristeći se osobinama računskih operacija. Da bi se postupak rješavanja linearnih jednačina i nejednačina mogao skraćivati potrebno je prvo da učenici nauče ispravan način npr. Jednačina $a + x = b$ u skupu \mathbb{Q} ima jedinstveno rješenje. Koraci rješavanja (četiri koraka):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $-a + (a + x) = -a + b$ (aksiom o dodavanju jednakim stvarima jednakog) 2. $(-a + a) + x = -a + b$ (asocijativnost sabiranja) 3. $0 + x = -a + b$ (suprotan element) 4. $x = b - a$ (komutativnost sabiranja) <p>Prilikom rješavanja jednačina i nejednačina dati komentar na njihovu rješivost u skupu \mathbb{N} odnosno \mathbb{Z} ili \mathbb{Q} te uočavati kako se dobiveni skup rješenja razlikuje. Insistirati na provjeri rješenja date jednačine i nejednačine. Naglasak je na sastavljanju jednačina sa običnog jezika zadanog problema na matematički jezik (postupak poznat pod nazivom Descartesova metoda) i njihovom rješavanju uz provjeru smislenosti rješenja. Rješavanje matematičkih problema višestruko je korisno jer omogućava razvijanje logičkog mišljenja učenika, dosjetljivost i umijeće samostalnog provođenja nevelikih istraživanja. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. upotrebom primjerenog izbora zadataka.</p> <p>Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodima C.7.4 i C.7.6.</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.7.1. Konstruiše ugao i njegovu simetralu.	<ul style="list-style-type: none"> • Konstruiše uglove od $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ i njihove kombinacije primjenjujući svojstva simetrale ugla. • Prepoznaće i analizira uglove sa paralelnim i okomitim kracima. • Procjenjuje mjeru nacrtanih uglova.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Ugao. • Simetrala ugla. • Konstrukcije uglova od $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ i 120°. • Uglovi sa paralelnim kracima. • Uglovi sa okomitim (normalnim) kracima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Ponuditi gotovu konstrukciju ugla kako bi učenik prepoznao o kojem je uglu riječ kako bi mogao samostalno konstruisati uglove od $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ i 120° koristeći se geometrijskim priborom. Procjenjivati mjeru nacrtanih uglova. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.</p>	

<p>C.7.2. Konstruiše trouglove, analizira njihova svojstva i odnose.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Istražuje i primjenjuje geometrijska svojstva trougla. • Razlikuje vrste trouglova s obzirom na veličinu unutrašnjih uglova i prema broju jednakih stranica. • Skicira i konstruiše trouglove shodno stavovima o podudarnosti trouglova. • Opisuje četiri stava o podudarnosti trouglova. • Crti visine svih vrsta trougla i izvodi zaključak o mjestu ortocentra u odnosu na ravan trougla a u zavisnosti od vrste trougla. • Istražuje odnos stranica i uglova u trouglu te odnos vanjskih i unutrašnjih uglova trougla. • Definiše srednju liniju trougla. • Opisuje odnos stranica i uglova u trouglu te odnos između stranica trougla. • Istražuje i primjenjuje odnos vanjskih i unutrašnjih uglova trougla. • Konstruiše opisanu i upisanu kružnicu trougla. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Konstruiše četiri karakteristične tačke trougla. (Eulerova prava).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Trougao (srednja linija trougla). • Odnosi stranica i uglova trougla. • Odnos stranica u trouglu. • Visina trougla. • Podudarnost trouglova. • Tri osnovne konstrukcije trougla. • Konstrukcija opisane i upisane kružnice trougla. • Prošireni sadržaj: • Konstrukcija četiri karakteristične tačke trougla (Eulerova prava). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Poželjno je izvesti dokaz bar jednog stava o podudarnosti trouglova. Stavove o podudarnosti trouglova primjenjivati kao strategiju u rješavanju jednostavnih zadataka sa dokazima. Trouglove konstruisati koristeći se geometrijskim priborom precizno i uredno uz prethodno skiciranje. Rješavati konstruktivne zadatke po etapama, a naročito insistirati na analizi jer je ona bitna za uviđanje zavisnosti među datim elementima trougla kao i za utvrđivanje svih koraka u samoj konstrukciji (analiza, konstrukcija, a dokaz i diskusija će se izvoditi u srednjoj školi). Istražiti vezu između vanjskog i dva unutrašnja nesusjedna ugla trougla. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.</p>	
<p>C.7.3. Konstruiše četverouglove, analizira njihova svojstva i odnose.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Na osnovu uočenih svojstava i odnosa stranica, uglova i dijagonala paralelograma, opisuje, skicira i konstruiše ih. • Opisuje kružnicu kvadratu i pravougaoniku. • Razlikuje vrste četverougla uzimajući u obzir broj parova paralelnih stranica. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Opisuje, skicira i crta trapez i deltoid. • Definiše srednju liniju trapeza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Četverouglovi –konstrukcija kvadrata, pravougaonika, paralelograma i romba. 	

- Prošireni sadržaj:
- Skiciranje, konstrukcija trapeza i deltoida.
- Srednja linija trapeza.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Prilikom konstrukcije četverouglova navesti učenike na zaključak da je za konstrukciju kvadrata potreban samo jedan elemenat dok je za konstrukciju ostalih četverouglova potrebno pet elemenata. U cilju smanjenja broja potrebnih elemenata za konstrukcije paralelograma ukazivati na uslove sadržane u njihovim definicijama. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.7.4. Računa i primjenjuje obim i površinu trougla, četverougla te mjeru ugla.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje mjerjenje površine. • Opisuje i računa obim i površinu geometrijskog lika sastavljenog od osnovnih geometrijskih likova (trougla i paralelograma). • Istražuje i primjenjuje zbir mjera uglova trougla i četverougla.
--	---

Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
---------------------------	-------------------

Ključni sadržaji

- Mjerjenje površine.
- Površina i obim trougla i paralelograma.
- Zbir mjera unutrašnjih i vanjskih uglova trougla i četverougla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Dokazati teoreme o zbiru mjera uglova trougla i četverougla. Računati obim i površinu u problemskim situacijama iz svakodnevnog života. Potaknuti učenike da sami pronalaze problemske situacije u stvarnom okruženju. Prije računanja procjenjivati veličine kad god je to moguće. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.7.5. Crtanje, računa s vektorima grafički, množi vektor skalarom.	<ul style="list-style-type: none"> • Crtanje i definisanje vektora. • Opisuje odnose između dva ili više vektora matematičkim jezikom. • Prepoznaće i crta jednake i suprotne vektore, opisuje nula vektor i jedinični vektor. • Sabira i oduzima vektore u ravni. • Množi vektor skalarom.
--	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
---------------------------	-------------------

Ključni sadržaji

- Vektori.
- Zbir i razlika vektora.
- Množenje vektora skalarom.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ostvariti ishod u korelaciji sa nastavom iz fizike npr. prilikom slaganja i razlaganja sila kako bi se pojma vektora uveo na »prirodan« način. Obratiti pažnju na odnos između dva vektora (kolinearnost, jednakost, upoređivanje po intenzitetu) i povezivati to sa fizikalnim procesima. Posebno definisati i objasniti jednakost dva vektora. Grafički uvesti operaciju sabiranja dva vektora i pokazati osobine te operacije. Grafički uvesti operaciju množenja vektora i skalara (skalare uzimati iz skupa prirodnih brojeva) i pokazati osobine te operacije.

C.7.6. Pridružuje tačke brojevnog pravca cijelim i racionalnim brojevima.	<ul style="list-style-type: none"> • Pridružuje tačke pravca racionalnim brojevima. • Očitava i zapisuje koordinatu tačke te opisuje njezin položaj u koordinatnom sistemu na pravcu matematičkim jezikom. • Organizira koordinatni sistem na pravcu.
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> Procjenjuje položaj racionalnog broja u odnosu na najbliže cijele brojeve. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> Istražuje i prikazuje u koordinatnom sistemu na pravcu pripadnost intervalu. Zapisuje matematičkim jezikom i prikazuje u koordinatnom sistemu na pravcu otvoreni, poloutvoreni i zatvoreni interval.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Racionalni brojevi i brojevna prava. Koordinatni sistem na pravcu. Prošireni sadržaj: Intervali. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
<p>C.7.7. Opisuje, konstruiše krug i njegove elemente te definiše njihov međusobni odnos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Opisuje i crta/konstруише krug i njegove dijelove (kružni isječak, kružni odsječak, kružni prsten) koristeći matematičke simbole. Opisuje odnos kruga i kružnice. Razlikuje centralne i periferijske uglove kružnice, njihove osobine i međusobni odnos. Utvrđuje međusobni odnos kružnice i prave kao i odnos dvije kružnice na osnovu udaljenosti između centara kružnica.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1. MTP-3.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Kružnica i krug. Konstrukcija kruga i njegovih elemenata (kružnica, poluprečnik, centar). Prava i kružnica. Odnos dviju kružnica. Konstrukcija tangente kružnice. Centralni (središnji) i periferijski ugao, kružni luk i tetiva. Dijelovi kruga (kružni isječak, kružni odsječak, kružni prsten). 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Dosadašnja znanja o krugu i kružnici se proširuju uz korištenje odgovarajućih slika i uz upotrebu adekvatne terminologije. Poticati urednost i preciznost konstrukcije. Moguća istraživanja: pronalaziti sličnost na objektima u okruženju, građevinarstvu, umjetnosti i dr. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.	
<p>C.7.8. Primjenjuje kompoziciju preslikavanja u ravni</p>	<ul style="list-style-type: none"> Odabira dva preslikavanja u ravni i konstruiše njihovu kompoziciju. Obrazlaže postupak i svojstva kompozicije (slaganja) preslikavanja u ravni. Kreira motiv zadanom kompozicijom više od dva preslikavanja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.4.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Izometrijska preslikavanja u ravni: osna i centralna simetrija, translacija i rotacija. Osobine izometrije. Identično preslikavanje. Inverzna izometrija. Kompozicija (slaganje) izometrija. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Upoznati učenike sa osobinama izometrije nakon što se izvede bilo kakvo izometrijsko preslikavanje npr. duži \overline{AB} centralnom simetrijom. Odgovarajućim primjerima pokazati da je identično preslikavanje također izometrija. U nacrtanoj kompoziciji (slaganju više preslikavanja) odrediti sa učenicima osu simetrije, centar simetrije, vektor translacije i centar i ugao rotacije. Zajedno sa učenicima vršiti analizu kompozicije preslikavanja.

C.7.9. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	<ul style="list-style-type: none"> • Preračunava mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu tečnosti, površinu (mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2) i mjeru ugla, mjeri temperaturu te ih primjenjuje pri rješavanju problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.

Ključni sadržaji

- Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu tečnosti, površinu i mjeru ugla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mjernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za dužinu: km, m, dm, cm, mm;
masu: t, kg, dag, g, mg;
zapreminu tečnosti: hl, l, dl, ml;
vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina;
mjeru ugla: ugaoni stepen, ugaona minuta, ugaona sekunda;
površinu: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 .
Mjeriti temperaturu u stepenima.

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.7.1. Prikazuje prikupljene podatke tabelom ili dijagramom.	<ul style="list-style-type: none"> • Prikuplja i razvrstava podatke. • Prikazuje podatke grafički ili pomoću tabele. • Računa aritmetičku sredinu niza brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	

Ključni sadržaji

- Prikaz podataka grafički ili tabelarno.
- Aritmetička sredina niza brojeva.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Prilikom prikupljanja podataka odmah vršiti i njihovo sortiranje, kako bi i učenici usvojili taj pravilan postupak. Nakon što su podaci prikupljeni i razvrstani, potrebno je izabrati odgovarajuću strategiju za prikaz podataka pomoću tabele ili nekog od dijagrama: linjski, kružni ili stupčasti. Naučiti učenike da samostalno računaju prosjek svojih ocjena koristeći se formulom za aritmetičku sredinu niza brojeva. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija, Tehnička kultura kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn, sport i zdravlje i sl. pri rješavanju problemskih ili projektnih zadataka.

8. razred osnovne škole /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.8.1. Opisuje i primjenjuje naučni zapis broja.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje i primjenjuje naučni zapis broja u izražavanju malih/velikih veličina. • Prelazi iz naučnog u standardni zapis broja i obratno. • Primjenjuje množenje sa stepenima baze 10 i cjelobrojnih eksponenata u problemskim zadacima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Naučni zapis broja, $a \cdot 10^n$, $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{Z}$. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Nastavne sadržaje vezane za realizaciju ovog ishoda obraditi sa učenicima nakon što se ostvari ishod B.8.1. (računa sa stepenima racionalne baze i cjelobrojnog koeficijenta). Pri obradi naučnog zapisa broja u međupredmetnoj korelaciji koristiti primjere iz nastavnih sadržaja Hemije (npr. Avogadrovo broj, konstanta kiselosti, proizvod rastvorljivosti i dr.), Fizike (npr. masa elektrona, Plankova konstanta i dr.), Geografije, Biologije i dr. Zbog pomoći u rješavanju dozvoliti upotrebu kalkulatora.</p>	
A.8.2. Računa procenat i primjenjuje procentni račun.	<ul style="list-style-type: none"> • Povezuje procente sa razlomcima i decimalnim brojevima i primjenjuje ih u problemskim zadacima. • Prepoznaže, opisuje te povezuje elemente procentnog računa: procent, procentni iznos i osnovnu vrijednost (glavnici) u problemskoj situaciji. • Primjenjuje procentni račun pri rješavanju problema iz stvarnog života te za rješavanje matematičkih problemskih zadataka.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Procent (postotak). • Procentni račun i kamatni račun. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego logičko razmišljanje te sposobnost rješavanja problema. Važno je procentni račun staviti u kontekst finansijske pismenosti koja obuhvata sljedeće: poskupljenje, pojeftinjenje, procjenu realnosti / marketinškoga trika, bruto i neto platu, poreze i slično. Također je izuzetno važno ovu temu posmatrati u kontekstu društvenih događanja kao što su: praćenje izbora, referendumu, statističkih podataka putem dnevnih informacija itd. Kritički prosuđivati relevantnost dobivenih rezultata. Uzakati na relativiziranje postotaka na različitim uzorcima (glavnicama).</p>	
A.8.3. Analizira svojstva i odnose brojeva i brojevnih sistema u skupu \mathbb{R} , te koristi simbole i različite prikaze.	<ul style="list-style-type: none"> • Razlikuje prikaze realnih brojeva (racionalne i iracionalne brojeve prema njihovom decimalnom zapisu). • Upoređuje realne brojeve i predstavlja ih na brojevnoj osi. • Razlikuje osobine skupova brojeva \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I} i \mathbb{R} i tumači njihove međusobne odnose uz grafičku ilustraciju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2

Ključni sadržaji

- Iracionalni brojevi.
- Realni brojevi i brojevna prava.
- Uređenost u skupu realnih brojeva.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Za razumijevanje skupa realnih brojeva potrebno je ponoviti ranije stećena znanja o skupovima prirodnih, cijelih i racionalnih brojeva putem kvizova sa zadacima za ponavljanje ili neke druge moderne strategije. Putem Vennovog dijagrama prikazati skupove brojeva kako bi se postigla i vizuelna predstava. Definisati skup realnih brojeva kao uniju skupova Q i I kada učenici usvoje da je $Q \cap I = \emptyset$. Prije formiranja pojma iracionalnog broja navesti razloge postojanja skupa I te se osvrnuti na činjenicu da svaki racionalan broj možemo napisati u obliku decimalnog broja, konačnog ili beskonačnog (čisto periodičnog ili mješovito periodičnog) broja decimala i obrnuto, svaki broj u decimalnom obliku sa konačnim ili beskonačnim brojem decimala može se napisati u obliku razlomka $\frac{a}{b}$. Navesti učenike na činjenicu da postoje i beskonačni neperiodični decimalni brojevi, a koji se ne mogu napisati u obliku razlomka $\frac{a}{b}$, što znači da nisu racionalni. Kao primjer uzeti vrijednost $\sqrt{2}=1,4142135\dots$ kao mjerni broj dijagonale kvadrata stranice dužine 1. Ovom idejom nastavnik analogijom razvija i usmjerava mišljenje učenika da npr. $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, -\sqrt{8}, \dots$ nisu racionalni brojevi te da takve brojeve zovemo iracionalnim. Skrenuti pažnju da svaki korijen nekog broja nije uvijek racionalan broj. Iracionalan broj definisati kao decimalan neperiodičan zapis sa beskonačno decimalama. Uslov za pravilno shvatanje skupa realnih brojeva jeste da učenici postupno i sistemski otkrivaju potrebu proširivanja skupova brojeva, analiziraju i tumače svojstva i odnose među brojevima, koriste različite načine zapisivanja i prikazivanja brojeva, povezuju iste brojeve različitog zapisa te usvajaju i primjenjuju sve složenije računske operacije.

Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C. 8.5.

A.8.4. Odabira i kombinuje metode i operacije pri rješavanju problema u skupu R .

- Izvodi računske operacije sa realnim brojevima uključujući stepenovanje i korjenovanje.
- Primjenjuje osobine i povezanost računskih operacija (sva tri redoslijeda).
- Pronalazi potrebne informacije i različite načine rješavanja problema u skupu R .
- Određuje i koristi apsolutnu vrijednost realnog broja.
- Koristi IT tehnologiju kao pomoć u rješavanju.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-1.2.1

Ključni sadržaji

- Kvadriranje cijelih brojeva.
- Kvadrat racionalnog broja.
- Rješenje jednačine $x^2 = a, a \geq 0$.
- Kvadratni korijen racionalnog broja.
- Jednakost $\sqrt{a^2} = |a|$.
- Približne vrijednosti realnog broja.
- Osnovne računske operacije u skupu realnih brojeva i njihove osobine.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pomoću konkretnih primjera poticati učenike na generalizaciju da bi zajedno izveli zaključak o kvadratu racionalnog broja. Vrijednost kvadrata racionalnog broja tražiti koristeći oba načina zapisivanja (razlomak, decimalan broj) što će pripremiti učenike na nova znanja o shvatanju i izračunavanju vrijednosti stepena. Kvadratni korijen uvesti kao način zapisivanja rješenja kvadratne jednačine, a vrijednost kvadratnog korijena kao broj koji treba kvadrirati da se dobije potkorjena veličina (radikand). Uvesti pojam aritmetičkog kvadratnog korijena. Ponoviti pojam apsolutne vrijednosti broja te detaljno obrazložiti jednakost $\sqrt{a^2} = |a|$ za svaki $a \in \mathbb{R}$. Prilikom određivanja približne vrijednosti (aproksimacije) kvadratnog korijena racionalnog broja primjeniti definiciju kvadratnog korijena i relacije \leq i \geq (koristiti tablice kvadrata u udžbeniku). Izračunavanje približnih vrijednosti kvadratnog korijena brojeva vršiti na unaprijed određen broj decimala (pomoću tablice ili džepnog računara). Polaziti od jednostavnih primjera koji se postepeno usložnjavaju jer je važno da učenici sa razumijevanjem usvoje etape u postupcima računanja, kako bi ih uspješno primjenjivali u složenijim zadacima.

Oblast: B/Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.8.1. Računa sa stepenima racionalne baze i cjelobrojnog koeficijenta.	<ul style="list-style-type: none"> Primjenjuje stepene racionalne baze sa cjelobrojnim eksponentom. Primjenjuje operacije sa stepenima čiji je eksponent cijeli broj. Stepenuje proizvod i količnik.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1 MTP-2.1.1 MTP-2.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Izračunavanje stepena racionalne baze i cjelobrojnog eksponenta. Brojni/brojevni izrazi sa stepenima. Sabiranje i oduzimanje stepena jednakih baza i eksponenata. Množenje i dijeljenje stepena jednakih baza. Stepenovanje stepena. Stepen proizvoda i količnika. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Kod brojnih izraza sa stepenima obratiti pažnju na redoslijed operacija. Operacije sa stepenima uvoditi zaključivanjem na osnovu analogije često govoreći „analogno se dobiva“, „ovo je sličan zadatak“, „ovdje možemo ponoviti opisani postupak“ i sl. Po mogućnosti koristiti se različitim elektronskim interaktivnim didaktičkim materijalom.</p>	
B.8.2. Primjenjuje operacije sa monomima i binomima.	<ul style="list-style-type: none"> Opisuje monom i binom. Prepoznaže slične monome. Primjenjuje sabiranje, oduzimanje, množenje i stepenovanje monoma. Množi monom binomom i binom binomom. Primjenjuje komutativnost, asocijativnost i distributivnost na operacije sa monomima i binomima. Pojednostavljuje jednostavnije algebarske izraze primjenjujući operacije sa monomima i binomima. Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane cjelobrojne vrijednosti.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Konstante i promjenljive. Vrijednost algebarskog izraza. Sabiranje, oduzimanje, množenje i stepenovanje monoma. Množenje binoma monomom. Množenje binoma binomom. Pojednostavljivanje algebarskih izraza. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenike podsjetiti da se između koeficijenta i promjenljivih u monomu podrazumijeva operacija množenja.	
B.8.3. Primjenjuje osnovne algebarske identitete.	<ul style="list-style-type: none"> Prikazuje jednostavnu matematičku situaciju primjenom algebarskih simbola i izraza. Primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbir i razliku kubova. Primjenjuje aritmetičke zakonitosti i operacije pri transformaciji algebarskih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1

Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Formiranje algebarskih izraza. • Kvadrat zbira, kvadrat razlike, razlika kvadrata. • Kub zbira i razlike, zbir i razlika kubova. • Geometrijska interpretacija algebarskih izraza. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Poticati učenike da zapise iskazane riječima zapisuju pomoću algebarskih simbola i izraza. Kako se učenik prvi put sreće sa terminima kvadrat zbira i kvadrat razlike i dr. veoma je važno svakom od tih pravila posvetiti posebnu pažnju. Uvoditi jedno po jedno pravilo kroz jednostavne primjere te postepeno doći do složenijih. Dokaze algebarskih identiteta pokazati i geometrijski (preko površina kvadrata i pravougaonika) korištenjem kompjuterskih animacija kad god je to moguće.</p>	
B.8.4. Primjenjuje proporciju.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje proporciju kao jednakost dva omjera. • Razlikuje vanjske i unutrašnje članove proporcije, te računa bilo koji nepoznati član proporcije. • Primjenjuje proporcije u rješavanju problema iz matematike, drugih područja i stvarnoga života.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Proporcije. • Rješavanje proporcija. 	Preporuke za ostvarenje ishoda
<p>Ukazati na važnost proporcija i njihovu primjenu u drugim nastavnim predmetima (Hemija, Geografija, Biologija, Likovna kultura,...), arhitekturi i umjetnosti, proporcije u prirodi, zlatni rez,... Podsticati učenike da istražuju ovu temu npr. istražiti historiju proporcije. Učenici će rješavati tekstualne zadatke i problemske situacije tako što će analizirati problem i sistematično ga rješavati (čita zadatak, razumije pročitano, analizira zadatak, traži ključne riječi, postavlja algebarski izraz, računa, sastavlja i piše odgovor).</p>	
B.8.5. Primjenjuje direktnu i obrnuto proporcionalnost.	<ul style="list-style-type: none"> • Razlikuje proporcionalne i obrnute proporcionalne veličine u različitim kontekstima. • U situacijama iz stvarnoga života prepoznaže i objašnjava direktnu i obrnuto proporcionalnost. • Određuje i tumači koeficijent proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. • Povezuje koeficijent proporcionalnosti s omjerom dvaju proporcionalnih veličina. • Preispituje smislenost rješenja s obzirom na kontekst.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Direktna i obrnuta proporcionalnost. 	Preporuke za ostvarenje ishoda
<p>Poticati intuitivni pristup rješavanju problema proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. Povezivati i iskazivati koeficijent proporcionalnosti kao omjer dvaju proporcionalnih veličina, te uočiti njegovu stalnost. Koeficijent obrnute proporcionalnosti povezivati i iskazivati kao proizvod obrnuto proporcionalnih veličina te uočiti njegovu stalnost. Proučavati primjere direktne i obrnute proporcionalnosti matematičkih i fizikalnih veličina. Preračunavati valute. Raspravljati o smislenosti rješenja problema.</p>	

<p>B.8.6. Primjenjuje linearu zavisnost.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Prepozna je i povezuje zavisnu i nezavisnu veličinu u problemskoj situaciji. Formira tabelu linearne zavisnosti podataka. Zapisuje linearu zavisnost formulom $y = ax + b, a, b \in \mathbb{Q}$. Prikazuje linearu zavisnost grafički u pravouglom koordinatnom sistemu. Analizira promjenu u linearnoj zavisnosti. Upoređuje različite linearne zavisnosti na istom grafiku.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.1.3
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Linearu zavisnost. Grafički prikaz linearne zavisnosti. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Linearu zavisnost uvesti preko primjera iz života na kojima treba uočiti zavisnu i nezavisnu veličinu, pa postupno doći do formule zavisnosti. Naglasak je na proučavanju međusobno zavisnih veličina, uočavanju prirode te zavisnosti, na prevodenju uočene situacije u algebarski zapis, tumačenju grafičkog prikaza i analizi promjene. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenum i dostupnim interaktivnim računarskim programima i alatima, edukativnim igrami.</p>	
<p>B.8.7. Analizira svojstva linearne funkcije i prikazuje je u pravouglom koordinatnom sistemu.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Povezuje linearu zavisnost i linearu funkciju. Prikazuje linearu funkciju tabelom i grafički. Ispituje svojstva linearne funkcije sa grafika. Određuje svojstva linearne funkcije $y = kx + n, k \neq 0$ na osnovu parametara k i n. Primjenjuje osobine linearne funkcije u problemskim zadacima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Pojam funkcije. Linearu funkciju oblika $y = kx + n, k \neq 0$. Eksplicitni i implicitni oblik. Grafički linearne funkcije. Parametri k, n i njihovo geometrijsko značenje. Nula funkcije. Tok i znak funkcije. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Linearu funkciju uvesti nakon linearne zavisnosti. Prvo predstavljati funkciju u eksplicitnom obliku objašnjavajući značenja koeficijenata k i n, a zatim crtati njen grafik. Objasniti značenja pojmove „eksplicitno“ i „implicitno“ te njihovu vezu sa različitim zapisima funkcije. Poštovati princip postupnosti i sistematičnosti.</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>C.8.1. Crta i konstruiše mnogouglove i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Prepoznaže mnogouglove u prostoru. Opisuje mnogougao (stranice, unutrašnje i vanjske uglove, dijagonale, centralni ugao pravilnog mnogougla). Razlikuje pravilne i nepravilne, konveksne i nekonveksne mnogouglove. Opisuje centralni ugao i crta karakteristični trougao. Konstruiše pravilne mnogouglove (4, 6, 8 i 12-ugao). Pronalazi i opisuje dijelove (trougao, paralelogram) nepravilnog mnogougla. Skicira, crta/ konstruiše nepravilni mnogougao. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> Konstruiše pravilne mnogouglove (5 i 10-ugao).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Mnogouglovi. Pravilni mnogouglovi (4, 6, 8 i 12-ugao). Nepravilni mnogouglovi. Zbir unutrašnjih i zbir vanjskih uglova mnogougla. Broj dijagonala mnogougla. Prošireni sadržaj: Konstrukcija pravilnog 5 i 10 – ugla. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U zavisnosti od oblika geometrijskog tijela njegova mreža može biti nepravilni ili pravilni mnogougao. Cilj je osposobiti učenika da motiv koji se temelji na mnogouglu zna opisati, analizirati i predstaviti crtežom ili konstrukcijom. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.</p>	
<p>C.8.2. Računa i primjenjuje obim i površinu kruga i njegovih dijelova.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Istražuje i računa obim i površinu kruga i njegovih dijelova. Objašnjava ulogu i svojstva broja π. Modelira površinama i obimima geometrijskih oblika (krug i dijelovi, kružnica i dijelovi, kružni prsten, mnogouglovi) rješavajući problemske situacije.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Obim kruga. Površina kruga. Dužina kružnog luka. Površina kružnog isječka i kružnog prstena. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. U računanju se mogu koristiti aproksimacija 3,14 ili broj $\frac{22}{7}$. Računati površinu kružnog isječka i dužinu kružnog luka primjenom proporcionalnosti. Istražiti historijske činjenice o broju π. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> Primjenom Talesove teoreme dijeli duž na podudarne dijelove u zadanom omjeru. Primjenjuje Talesovu teoremu za crtanje trougla i pravougaonika. Primjenjuje Talesovu teoremu za rješavanje problemske situacije.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Talesova teorema. Primjena Talesove teoreme. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Poticati urednost i preciznost konstrukcije i crteža. Poticati učenike da primijene Talesovu teoremu za konstruisanje (ili crtanje) uvećanih (ili umanjenih) slika (likova) u zadanom omjeru. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike ili neki drugi primjereni elektronski materijal.</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> Iskazuje Pitagorinu teoremu. Objašnjava i primjenjuje Pitagorinu teoremu na pravougli trougao, kvadrat, pravougaonik, jednostranični i jednakokraki trougao, romb i trapez. Istražuje i otkriva obrat Pitagorine teoreme i primjenjuje ga.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Pitagorina teorema. Primjena Pitagorine teoreme na pravougaonik, kvadrat, jednostranični i jednakokraki trougao, trapez, romb. Primjena Pitagorine teoreme u konstruktivnim zadacima. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Poželjno je istražiti bogatu historiju Pitagorine teoreme te Pitagorina života. Moguća istraživanja: spirala kvadratnog korijena, Pitagorino stablo, Pitagorine trojke. Upoznati učenike s različitim pristupima dokazivanja Pitagorine teoreme.</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> Organizuje pravougli koordinatni sistem u ravni (ishodište, jedinične dužine, koordinate tačke, koordinatne ose, kvadranti). Povezuje koordinate tačke i uređeni par realnih brojeva. Očitava i crta tačke zadane koordinatama iz skupa realnih brojeva uz odgovarajući zapis matematičkim jezikom. Prepoznaće i tumači pripadnost tačke kvadrantima i koordinatnim osama. Određuje udaljenost između dvije tačke. Crta likove određene tačkama s koordinatama iz skupa realnih brojeva. Grafički rješava matematičke probleme.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Pravougli koordinatni sistem u ravni. Uređeni par. Tačke s koordinatama iz skupa realnih brojeva. Udaljenost između dvije tačke. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Stvarati likove i slike. Igre: šah, potapanje brodova. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike ili neki drugi primjereni elektronski materijal.

C.8.6. Odabira strategije za računanje obima i površine mnogougla.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje i računa obim i površinu nepravilnih i pravilnih mnogouglova. • Izvodi, obrazlaže i primjenjuje formulu za površinu pravilnog mnogougla koristeći se površinom karakterističnoga trougla. • Argumentuje odabir strategije za računanje obima i površine mnogougla u problemskoj situaciji.
---	--

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Obim i površina mnogougla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Zadavati problemske situacije računanja obima i površine koje se tiču problema iz stavnog života. Potaknuti učenike da sami pronalaze problemske situacije. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.8.7. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	<ul style="list-style-type: none"> • Preračunava mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla. • Odabira odgovarajuću mjeru jedinicu pri rješavanju problema.
---	---

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.2.1.

Ključni sadržaji

- Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Merne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za:
dužinu: km, m, dm, cm, mm,
masu: t, kg, dag, g, mg,
zapreminu tečnosti: hl, l, dl, ml,
vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina,
površinu: km^2 , m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 ,
zapreminu: cm^3 , dm^3 , m^3 ,
mjere ugla: ugaoni stepen, minuta i sekunda.

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja

Razrada ishoda

D.8.1. Analizira prikupljene podatke predstavljene tabelom ili dijagmom.

- Analizira rezultate prikupljanja podataka.
- Analizira grafički i tabelarno predstavljene podatke.

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Analiza grafički ili tabelarno predstavljenih podataka.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Ovaj ishod bi se mogao ostvariti radom na nekom grupnom projektu sa temom iz svakodnevnog života.

9. razred osnovne škole /136 nastavnih sati godišnje/

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.9.1. Sastavlja i zapisuje simbolima jednačine i nejednačine pri rješavanju problema, te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.	<ul style="list-style-type: none"> Sastavlja linearne jednačine i nejednačine (koristeći zagrade) u skupu R. Sastavlja sisteme linearnih jednačina s dvije nepoznate.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Linearne jednačine-osnovni pojmovi. Linearne nejednačine-osnovni pojmovi. Linearna jednačina sa dvije nepoznate-pojam. Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate-osnovni pojmovi. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prilikom rješavanja jednačina sa zgradama, razlomcima, algebarskim razlomcima, dvojnim razlomcima, promjenljivim koeficijentom i sl. obraditi dovoljan broj odgovarajućih primjera na osnovu kojih učenici mogu zaključiti da skup rješenja date jednačine može imati jedan, dva ili više dakle konačno elemenata ali može biti i beskonačan i prazan skup. Postavljati probleme koji odgovaraju uzrastu učenika sa raznovrsnom tematikom (iz odnosa među brojevima, problemi o radu, problemi procentnog računa, problemi iz geometrije i na kraju problemi iz fizike). Prije uvođenja pojma sistema linearnih jednačina neophodno je prvo uvesti pojam algebarske jednačine sa dvije nepoznate i dati njenu geometrijsku predstavu. Postepeno uvesti pojam sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate posmatrajući dvije prave u ravni koje se sijeku. U završnoj prezentaciji ove teme navoditi problemske zadatke koji se svode na rješavanje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. Poticati učenike da posebno „izoštare“ razmišljanje, kako dati problem preformulisati u matematički model.</p>	
B.9.2. Argumentuje postupke za rješavanje jednačina, nejednačina i sistema.	<ul style="list-style-type: none"> Određuje domenu jednačine i nejednačine. Rješava jednačine primjenjujući svojstva jednakosti. Rješava nejednačine primjenjujući svojstva nejednakosti. Rješava sisteme linearnih jednačina primjenjujući odgovarajuću metodu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Jednakosti i jednačina. Ekvivalentne jednačine. Grafičko i algebarsko rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom. Ekvivalentne nejednačine. Algebarsko rješavanje linearnih nejednačina sa konstantnim koeficijentom. Grafički prikaz rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. Ekvivalentni sistem linearnih jednačina. Rješavanje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate grafičkom i algebarskom metodom (metodom supstitucije i metodom suprotnih koeficijenata). Primjena linearnih jednačina sa jednom nepoznatom i sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Algebarsko rješavanje linearnih jednačina treba vršiti na osnovu osobina jednakosti realnih brojeva. Za rješavanje linearnih nejednačina koristiti osobine relacija nejednakosti u skupu R. Opisati jednakost kao najširi pojam a zatim definisati identitet i na kraju jednačinu. Ponoviti osnovne osobine jednačina a zatim uvesti pojam ekvivalentnih jednačina. Znanje o jednačinama proširiti i utvrditi primjenom ranije upoznatog postupka (četiri</p>	

koraka). Tek tada preći na rješavanje jednačina novom metodom. Za koeficijente uz nepoznati uzimati realne brojeve, a za nepoznate uzimati oznake: x, y, s, m, n, t, u, itd. jer to učenike navodi na opšte matematičko promišljanje. Riješiti nejednačinu znači odrediti interval u kome se nalaze vrijednosti nepoznate koje zadovoljavaju zadanu nejednačinu (ukoliko ona ima rješenja) odnosno za koje data nejednačina postaje tačna brojevna nejednakost. Postepeno izložiti metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate, navodeći primjere od jednostavnijih ka težim, uz stalno poticanje razmišljanja o egzistenciji rješenja. Što je češće moguće davati geometrijske predstave i sistema i njegovih rješenja.

B.9.3. Diskutuje o rješenjima u kontekstu problema, grafički prikazuje rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Analizira moguća rješenja jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate. Ilustruje svoja rješenja u grafičkom prikazu (brojna osa, koordinatni sistem). Povezuje linearnu jednačinu s pravom u koordinatnom sistemu. Tumači grafički prikaz rješenja. Prezentira i interpretira rješenja u kontekstu datog problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.3

Ključni sadržaji

- Grafičko i algebarsko rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.
- Algebarsko rješavanje linearnih nejednačina sa konstantnim koeficijentom.
- Grafički prikaz rješenja sistema od dvije lineare jednačine sa dvije nepoznate.
- Rješavanje sistema od dvije lineare jednačine sa dvije nepoznate grafičkom i algebarskom metodom (metodom supstitucije i metodom suprotnih koeficijenata).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Koristiti se jednostavnim primjerima kod uvođenja metoda rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema linearnih jednačina. Postepeno usložnjavati zadatke, uz stalno poticanje diskusije s učenicima o uslovima egzistencije rješenja i broju rješenja. Također, razmotriti uslove koji bi mogli dovesti do promjene egzistencije i broja rješenja. Navesti jednačine u kojima se rješavanje svodi na objašnjenje izraza oblika $0 \cdot x = b$, $b \neq 0$ i $0 \cdot x = 0$ te provesti diskusiju o rješenjima jednačina navedenih oblika. Zapisivati rješenja nejednačina na više načina (simbolički, na brojevnoj pravoj, u intervalu). Provjeravati rješenja u rubnim tačkama skupa rješenja ($<$, \leq , $>$, \geq). Posebno obratiti pažnju na postojanje rješenja sistema (jedno rješenje, beskonačno mnogo rješenja, nema rješenja) i dati geometrijsku predstavu svih slučajeva. Tražiti analizu i tumačenje rješenja u datom kontekstu prilikom primjene sistema linearnih jednačina u algebarskim i geometrijskim zadacima. Postavljati problemske zadatke u korelaciji sa nastavnim sadržajima STEM grupe predmeta, uz poticanje učenika da navedeni problem zapišu matematičkim modelom.

Napomena: realizaciju ovog ishoda povezati sa ishodom C.9.4.

B.9.4. Računa sa algebarskim izrazima u skupu R.	<ul style="list-style-type: none"> Izračunava vrijednost algebarskog izraza. Primjenjuje operacije sa polinomima. Pojednostavljuje algebarske izraze u skupu R. Koristi aritmetičke zakonitosti i algebarske identitete pri transformaciji algebarskih izraza. Određuje definiciono područje algebarskog razlomka. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> Vrši računske operacije sa algebarskim razlomcima.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2

Ključni sadržaji

- Brojna vrijednost algebarskog izraza.
- Sabiranje, oduzimanje i množenje polinoma.
- Pojam i definiciono područje algebarskog razlomka.
- Prošireni sadržaj:
- Računske operacije sa algebarskim razlomcima.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Učenik treba uočiti da je izračunavanje brojne vrijednosti algebarskog izraza za dati racionalan broj slično postupku provjere rješenja jednačine. Kod transformacije algebarskih izraza uzimati primjere sa primjenom algebarskih identiteta.

B.9.5. Primjenjuje rastavljanje polinoma na faktore.	<ul style="list-style-type: none"> Izvlači zajednički faktor. Rastavlja polinome na faktore primjenom algebarskih identiteta. Rješava kvadratne jednačine primjenom faktorizacije polinoma.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1 MTP-2.2.2

Ključni sadržaji

- Rastavljanje polinoma na faktore.
- Kvadratne jednačine oblika: $ax^2 + bx = 0, a, b \neq 0; x^2 - a = 0, a \geq 0; x^2 \pm 2ax + a^2 = 0$.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Faktorizaciju polinoma raditi na jednostavnijim primjerima i postepeno ih usložnjavati. Primjerenim odabirom zadataka pokazati da rastavljanje polinoma na faktore možemo vršiti pomoću: grupisanja članova, rastavljanjem po srednjem članu i izvlačenjem zajedničkog faktora.

Oblast: C/ Geometrija i mjerena

Ishod učenja	Razrada ishoda
C.9.1. Skicira prikaz uspravnog geometrijskog tijela u ravni.	<ul style="list-style-type: none"> Skicira uspravna geometrijska tijela u ravni (kocka, kvadar, pravilna četverostrana prizma, pravilna četverostrana piramida, valjak i kupa). Matematičkim jezikom opisuje geometrijsko tijelo. Na crtežu skicira i matematičkim jezikom opisuje elemente geometrijskog tijela (površinska i prostorna dijagonala, visina bočne strane, visina tijela, poluprečnik i prečnik baze, izvodnice). Na modelu kvadra pokazuje i opisuje međusobne odnose pravih u prostoru. (paralelne, sijeku se, mimoilazne). Na modelu kvadra pokazuje i opisuje međusobne odnose ravni u prostoru (paralelne, sijeku se).
Poveznice sa ZJNPP	

Ključni sadržaji

- Geometrijska tijela.
- Međusobni odnosi pravih u prostoru i ravni u prostoru (na modelu kvadra).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Poticati učenike da skiciraju geometrijsko tijelo i obilježe njegove elemente te da ga matematičkim jezikom opišu.

C.9.2. Analizira i izrađuje modele i mreže uspravnih geometrijskih tijela.	<ul style="list-style-type: none"> Prema modelu uspravnog geometrijskog tijela opisuje površi koje ga omeđuju i na osnovu toga crta mrežu tijela koja će mu biti potrebna za određivanje njegove površine. Izrađuje modele uspravnih geometrijskih tijela. Imenuje, opisuje i analizira tijela koja ga okružuju i crta njihove mreže.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2. MTP-3.1.3.

Ključni sadržaji

- Mreža geometrijskog tijela (kocka, kvadar, pravilna četverostrana prizma i pravilna četverostrana piramida, valjak i kupa).

Preporuke za ostvarenje ishoda

Mogući projektni zadatak: izraditi modele kuće, zanimljive kutije/ambalaže, ukrase, Platonova i Arhimedova tijela i slično. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija, Tehnička kultura kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn, sport i zdravlje i sl. upotrebom primjerenog izbora zadataka. Po potrebi koristiti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.

C.9.3. Izračunava i primjenjuje površinu i zapreminu geometrijskih tijela.	<ul style="list-style-type: none"> • Površinu povezuje s mrežom geometrijskog tijela. • Pokazuje i opisuje elemente geometrijskog tijela i veze među njima (uključujući visinu i izvodnice). • Određuje presjeke geometrijskih tijela i izračunava njihovu površinu. • Objasnjava zapreminu kao mjeru prostora koje zauzima tijelo. • Primjenjuje Pitagorinu teoremu pri računanju površine i zapremine geometrijskih tijela u problemskim situacijama. • Opisuje odnose zapremine prizme i piramide te zapremine kupe i valjka. • Izračunava površinu i zapreminu kugle.
---	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1. MTP-2.1.2.
---------------------------	------------------------------

Ključni sadržaji

- Geometrijska tijela.
- Pravilne, uspravne prizme i piramide, obla tijela i njihovi presjeci.
- Površine i zapremine pravilnih, uspravnih prizmi, piramida, valjka i kupe.
- Primjena Pitagorine teoreme pri izračunavanju površine i zapremine geometrijskih tijela.
- Površina i zapremina lopte (kugle).

Preporuke za ostvarenje ishoda

U realizaciji navedenih nastavnih sadržaja geometrijska tijela crtati u odgovarajućoj veličini, kako bi učenici mogli uz pomoć slike izvesti ispravne zaključke. Crteže ne opterećivati nepotrebним detaljima. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Učenici će uočavati veze među formulama te naučiti logički put kojim se izvode. Rješavati različite tipove zadataka te uz sistematičan pristup uvesti učenike u rješavanje složenijih tekstualnih zadataka i problemskih situacija primjerenih njihovom uzrastu. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje, igrom asocijacija i sl. S ciljem vizuelizacije sadržaja koristiti video prezentacije, kompjuterski program za nastavu matematike npr. Geometer's Sketchpad, Geogebra, Auto Cad i druge.

C.9.4. Prikazuje prave i analizira njihove međusobne položaje u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni.	<ul style="list-style-type: none"> • Crtanje pravu zadatu jednačinom oblika $y = ax + b$, gdje su a i b racionalni brojevi, u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni. • Čita i tumači koeficijente jednačine prave. • Određuje jednačine prave određene sa dvije tačke ili grafičkim prikazom. • Određuje i očitava koordinate presjeka pravih. • Međusobne odnose pravih u ravni povezuje s njihovim jednačinama (paralelnost, podudarnost, okomitost). • Primjenjuje međusobne odnose pravih za tumačenje broja rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.
---	--

Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Jednačine prave u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni. • Međusobni položaji pravih u pravouglom koordinatnom sistemu u ravni. • Grafičko tumačenje rješenja sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Obradu nastavnog gradiva potkrijepiti i osvježiti sa detaljima iz istorije matematike. Moguće je da to urade i učenici uz pomoć nastavnika. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.</p>	
C.9.5. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni, te koristi simbole i različite prikaze.	<ul style="list-style-type: none"> • Analizira i objašnjava međusobne položaje tačke, prave i ravni. <p>Prošireni sadržaj:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Računa udaljenost tačke od ravni. • Računa rastojanje između dvije paralelne ravni.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Međusobni odnos tačke, prave i ravni. • Određenost prave i ravni. • Normala na ravan. • Prošireni sadržaj: • Udaljenost tačke od ravni. • Rastojanje između dvije paralelne ravni. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustrovanjem pojmove te primjenom do sada steklenih znanja npr. pri određivanju udaljenosti primjeniti Pitagorin teorem. Učenici se upoznaju sa mogućnošću rješavanja geometrijskih zadataka usvajanjem i korištenjem analitičkih metoda. Koristiti po mogućnosti namjenski računarski software npr. Geometer's Sketchpad i Geogebra – kompjuterski program za nastavu matematike.</p>	
C.9.6. Odabira i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.	<ul style="list-style-type: none"> • Preračunava mjerne jedinice iz manjih u veće i obrnuto za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla. • Odabira odgovarajuću mjeru jedinicu pri rješavanju problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Mjerne jedinice za dužinu, masu, vrijeme, zapreminu, površinu i mjeru ugla. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Često su u problemskim zadacima dati podaci sa različitim mernim jedinicama koje je potrebno preračunavati da bi se došlo do željenog rješenja. Mjerne jedinice sa kojima ćemo se susretati su za dužinu: km, m, dm, cm, mm, masu: t, kg, dag, g, mg, zapreminu tečnosti: hl, l, dl, ml, vrijeme: s, min, h, dan, sedmica, mjesec, godina, površinu: mm², cm², dm², m², km², zapreminu: cm³, dm³, m³, brzinu: m/s, km/h, mjeru ugla: ugaoni stepen, minuta i sekunda. Povezivati prefikse mernih jedinica sa zapisom potencije baze 10 i cjelobrojnim eksponentom: deci 10^{-1}, centi 10^{-2}, mili 10^{-3}, mikro 10^{-6}, nano 10^{-9}, piko 10^{-12}, deka 10^1, hekti 10^2, kilo 10^3, mega 10^6, giga 10^9, tera 10^{12}.</p>	

Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.9.1. Računa vjerovatnoću nekog događaja i na osnovu nje donosi odluku.	<ul style="list-style-type: none"> • Procjenjuje i računa vjerovatnoću zadanog događaja. • Poznaje skup povoljnih i elementarnih događaja. • Donosi odluku na osnovu vjerovatnoće događaja.
Poveznice sa ZJNPP	
	Ključni sadržaji
	<ul style="list-style-type: none"> • Vjerovatnoća slučajnog događaja.
	Preporuke za ostvarenje ishoda
Ovim ishodom se provjerava logičko razmišljanje učenika i sposobnost pravilnog odabira na osnovu poznavanja podataka o događaju.	
D.9.2. Analizira podatke povezane sa novcem.	<ul style="list-style-type: none"> • Preračunava novčane valute iz jedne u drugu. • Uspoređuje kamatne stope kredita/štедnje. • Analizira otplatni plan kredita.
Poveznice sa ZJNPP	
	Ključni sadržaji
	<ul style="list-style-type: none"> • Valute. • Kamate na štednju i kredit.
	Preporuke za ostvarenje ishoda
Pri ostvarivanju navedenog ishoda potrebno je provjeriti logičko razmišljanje i razumijevanje problema iz svakodnevnog života.	

GIMNAZIJA

1. razred gimnazije /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
<p>A.I.1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Analizira i primjenjuje svojstva operacija u skupovima N, Z, Q i I. Opisuje razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis. Upoređuje skupove N, Z, Q, I i R i argumentuje njihovu međusobnu povezanost. Primjenjuje operacije sa skupovima i prikazuje podskup, uniju, presjek, razliku, komplement i simetričnu razliku skupova zapisujući ih matematičkim simbolima. Povezuje skupovne relacije i operacije sa društvenim i prirodnim pojavama, tumači ih te izvodi zaključke koristeći se matematičkim izrazom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Osnovni pojmovi teorije skupova. Operacije i relacije sa skupovima. Skupovi N, Z, Q, I, R. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U okviru poglavlja o skupu R realnih brojeva treba sistematizirati i proširiti dosadašnja znanja o skupovima N, Z, Q i R. Da bi se nadogradilo znanje stečeno u osnovnoj školi aksiomatski zasnovati skup R ne insistirajući na upotrebi pojma algebarskih struktura. Obavezno naglasiti koje operacije su zatvorene u određenim skupovima tako da se formiranje svakog novog skupa uslovi potrebom da dobiveni skup bude zatvoren za razmatranu operaciju uz uvažavanje principa permanencije. Koristeći se konkretnim primjerima ukazati na potrebu za proširenjem skupova. Pomoću relacije inkluzije prikazati odnos između navedenih skupova. Nakon formiranja skupa R realnih brojeva treba uvesti brojnu/brojevnu osu i apsolutnu vrijednost realnog broja kao udaljenost toga broja od nule na brojnoj osi. Navesti pravila koje koristimo pri zaokruživanju brojeva.</p>	
<p>A.I.2. Odabira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Prepoznaće pripadnost broja određenom skupu brojeva i upotrebljava simbolički matematički zapis. Primjenjuje računske operacije na rješavanje složenih zadataka u skupu realnih brojeva. Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. Primjenjuje računske operacije u problemskim zadacima različitog nivoa složenosti i procjenjuje tačnost rješenja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Računske operacije u skupu N. Računske operacije u skupu Z. 	

- Računske operacije u skupu Q.
- Računske operacije u skupu R.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Upućivati na sistematičan i postupan rad prilikom korištenja pravila i osobina računanja te se voditi zaključivanjem na osnovu analogije često govoreći „analogno se dobiva“, „ovo je sličan zadatak“, „ovde možemo ponoviti opisani postupak“ i sl.

Oblast: B/ Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.I.1. Analizira zakonitosti, odnose i zavisnosti u matematici i realnom svijetu.	<ul style="list-style-type: none"> • Primjenjuje osobine i operacije sa stepenima istih baza. • Pojednostavljuje i traži vrijednost algebarskog izraza na osnovu date vrijednosti varijable. • Razlikuje monom, binom, trinom i polinom. • Primjenjuje računske operacije sa polinomima. • Primjenjuje binomne formule. • Rastavlja cijele algebarske izraze na faktore. • Skraćuje, množi, dijeli i sabira algebarske razlomke.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Stepeni s cjelobrojnim eksponentom. • Računske operacije sa stepenima. • Cijeli i razlomljeni brojni izrazi. • Cijeli algebarski izrazi. • Monomi i operacije sa monomima. • Transformacija cijelih algebarskih izraza. • Polinomi i operacije sa polinoma. • Algebarski identiteti. • Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore. • Euklidov algoritam. Nule polinoma. Bezuova teorema. Hornerova shema. • Razlomljeni algebarski izrazi. • Transformacija razlomljenih algebarskih izraza. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Stepenovanje cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi učenici bez poteškoća primjenjivali ovu operaciju u rješavanju raznih zadataka povezanih sa gradivom iz nastavnih predmeta Fizike, Biologije i Hemije. Ukazati na analogiju između postupaka pri dijeljenju brojeva i pri dijeljenju polinoma te insistirati na razumijevanju i primjeni pravila. Kod određivanja ostatka pri dijeljenju brojeva uočiti vezu između klasičnog dijeljenja, Hornerove sheme i Bezuovog stava kako bi učenici umjeli koristiti ove osnovne algebarske teoreme pri izradi zadataka vodeći računa o postavljenim uslovima. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek odrediti definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu R).</p>	
B.I.2. Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva usmeno, računski i grafički.	<ul style="list-style-type: none"> • Određuje definiciono područje funkcije. • Navodi primjere bijektivnih preslikavanja. • Određuje inverznu funkciju i kompoziciju funkcija. • Definiše razmjeru dva broja različita od nule. • Primjenjuje osnovne osobine proporcije.

	<ul style="list-style-type: none"> Prikazuje i primjenjuje linearne funkcije $y=kx$, $y=kx+n$, $k \neq 0$ u koordinatnom sistemu i analizira njihova svojstva. Izražava jednu veličinu pomoću druge primjenjujući svojstvo jednakosti. Opisuje uticaj koeficijenta na položaj grafika, definiše i određuje nulu funkcije. Iz grafika funkcije čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju. Iz zadanih elemenata: argumenata i vrijednosti tačaka grafika i koeficijenata određuje funkciju. U problemskim situacijama prepoznaje linearnu zavisnost, zapisuje je kao linearu funkciju te primjenjuje na analizu problema. Analizira problem koji je zadan grafikom linearne funkcije.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Pojam funkcije (preslikavanja). Osobine funkcija. Inverzna funkcija. Kompozicija funkcija. Pravougli koordinatni sistem u ravni. Razmjera (omjer). Proporcionalnost i proporcija. Funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti. Procentni račun.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prilikom ispitivanja svojstava funkcije kod učenika razvijati zaključivanje koje se temelji na osnovama matematičke logike. Osporobiti učenike da na grafiku prepoznaju injektivne i sirjektivne funkcije. Pronaći ilustrativne primjere funkcija sa navedenim svojstvima kako bi se povezala formalna matematička tumačenja sa konkretnim primjerima. Pojam inverzne funkcije objasniti navodeći konkretne primjere. Grafike inverznih funkcija predstavljati u istom koordinatnom sistemu. Razmjere, proporciju, direktnu i obrnuto proporcionalnost obraditi oslanjajući se na poznato gradivo iz osnovne škole te rješavati složenije zadatke primjerene uzrastu učenika. Zatim uvesti funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti kao i linearne nehomogene funkcije ispitujući ih i crtajući njihove grafike. Navoditi problemske situacije npr. iz ekonomije (linearne funkcije troškova-fiksni troškovi), obračun potrošene električne energije, pretplata mobilne telefonije, računanje vrijednosti CO₂ i dr. kako bi se prepoznata linearna zavisnost zapisala kao linearna funkcija te primjenila na analizu problema. Primjenjivati procentni račun na obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge problemske zadatke iz života. Koristiti različite metode aktivne nastave npr. slagalica, KWL (znam-želim znati-naučio sam) tabela, misli-spari-razmijeni, INSERT i dr. kako bi se tokom problemske nastave uspješnije razvijalo kritičko mišljenje učenika.</p>	
B.I.3. Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.	
	<ul style="list-style-type: none"> Rješava linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom. Rješava linearne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrijednostima. Rješava sisteme jednačina i nejednačina sa dvije nepoznate. Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate. Primjenjuje linearne jednačine na rješavanje problemskih zadataka.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1.

Ključni sadržaji

- Jednakost i jednačina. Ekvivalentne jednačine.
- Rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.
- Problemi koji se rješavaju pomoću linearne jednačine sa jednom nepoznatom.
- Jednačina sa apsolutnim vrijednostima.
- Nejednakost i nejednačina. Ekvivalentne nejednačine.
- Rješavanje linearne nejednačine sa jednom nepoznatom.
- Sistem linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom (grafički prikaz rješenja).
- Linearna jednačina sa dvije nepoznate.
- Linearna Diofantova jednačina sa dvije nepoznate.
- Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.
- Metode rješavanja: metoda supstitucije, Gausova (Gauss) metoda, metoda determinanti i grafička metoda. Primjena sistema linearnih jednačini sa dvije nepoznate.
- Sistem od tri i više linearnih jednačina sa tri i više nepoznatih.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Kod rješavanja linearnih jednačina sa jednom nepoznatom objasniti geometrijski smisao rješenja te na taj način dovesti u vezu funkcije i jednačine. Naučiti učenike da obavezno vrše provjeru dobivenog rješenja. Na istom primjeru demonstrirati različite načine rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema kako bi učenici uočili sličnost, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Nakon toga, analizirajući sistem dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate naučiti učenike da odaberu najpogodniju metodu za njegovo rješavanje. Pri rješavanju problema učenici se usmjeravaju na razmatranje nekog bliskog, sličnog problema i oponašanje postupka njegovog rješenja koristeći se metodom Aktivacija učeničkih iskustava. Ovaj način primjene analogije neće uvijek biti od pomoći ali će ukazati na smjer kojim treba nastaviti rješavanje. Poželjno je i korištenje softverskog paketa Geogebra kojim se razvija digitalna pismenost kao i IKT vještine.

B.I.4. Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina.	<ul style="list-style-type: none"> • Obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednačine i sisteme linearnih jednačina. • Izvodi zaključak o rješenjima na osnovu grafičkog prikaza. • Analizira suštinu problema i rješenja iz ilustracija. • Prezentuje i tumači rješenja u kontekstu datog problema. • Diskutuje postojanje rješenja jednačina, nejednačina i sistema ovisno o parametru. • Primjenjuje Kramerovu teoremu prilikom diskusije rješenja sistema linearnih jednačina.
---	--

Poveznice sa ZJNPP

MTP-2.2.2.

Ključni sadržaji

- Diskusija rješenja linearnih jednačina.
- Diskusija rješenja sistema linearnih jednačina. Kramerova teorema.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Diskusije rješenja učenicima približiti odgovarajućim obrazloženjima kako bi shvatili njihovu smislenost. Ospособiti učenike da jezičku formu problema pretvore u matematičku i obrnuto. Rješavati zadatke sa najviše dva parametra i zadatke sa apsolutnom vrijednosti.

B.I.5. Formuliše pitanja svojstvena matematici, razvija matematičke prepostavke i argumente i primjenjuje ih na rješavanje logičkih zadataka koristeći se osnovnim elementima Booleove algebre.	<ul style="list-style-type: none"> • Koristi osnovne pojmove vezane za matematičku logiku. • Primjenjuje logičke operacije i povezuje prepostavke i argumente. • Povezuje po analogiji matematičke činjenice i prosuđuje dobivene zaključke. • Primjenjuje induktivni i deduktivni način zaključivanja.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> Izvodi dokaze teorema koje koristi za rješavanje konkretnih problemskih situacija. Zapisuje definicije i teoreme koristeći simbole matematičke logike. Primjenjuje logiku iskaza za ispitivanje istinitosne vrijednosti formula. Uočava i analizira veze između logičkih i skupovnih operacija (disjunkcija – unija skupova, konjunkcija – presjek skupova itd.).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Osnovni pojmovi i definicije u matematici. Aksiome. Teoreme. Dokazi. Potreban i dovoljan uslov. Iskaz i operacije sa iskazima. Osnovni pojmovi matematičke logike. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Pojmovi poznati od ranije se sada uvode na strogo matematički način. Precizno se uvode: osnovni pojmovi, izvedeni pojmovi, definicije, aksiome, teoreme, dokazi, potrebni i dovoljni uslovi. Razne izjavne rečenice iz svakodnevnog života se prevode na matematički jezik u vidu složenih ili prostih iskaza, te se njihova istinitost ispituje koristeći Booleovu algebru i njene zakonitosti. Povezati i uočiti vezu između logičkih i skupovnih operacija (disjunkcija – unija skupova, konjunkcija – presjek skupova itd.).</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.I.1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni te koristi simbole i različite prikaze.	<ul style="list-style-type: none"> Određuje odnose između tačaka pravih i ravni. Određuje položaj tačke, prave i ravni. Povezuje realan broj sa tačkama brojevne prave. Opisuje vrste uglova, vrste parova uglova. Primjenjuje svojstva uglova sa okomitim, paralelnim kracima i uglova uz transverzalu pri rješavanju zadataka. Utvrđuje međusoban odnos dvije kružnice. Formuliše odnos cetalnog i periferijskog ugla. Primjenjuje osobine tangentnog i tetivnog četverougla. Definiše vektor. Crta suprotan vektor datom. Računa sa vektorima grafički, množi vektor realnim brojem.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Osnovni i izvedeni pojmovi i stavovi u geometriji. Ugao, vrste uglova (susjedni, naporedni, uglovi uz transverzalu, uglovi sa paralelnim kracima, uglovi sa normalnim kracima). Trougao. Kružnica i krug. Centralni i periferni ugao. Tangente kružnice. Četverougao (paralelogrami: paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb; trapezi: trapez, jednakokraki i pravougli; trapezoidi: trapezoid, romboid i deltoid). Tangentni i tetivni četverougao. Vektori u ravni. Operacije sa vektorima. Linearna zavisnost vektora kolinearnost vektora. 	

Preporuke za ostvarenje ishoda

U realizaciji nastavne jedinice Osnovni i izvedeni stavovi i pojmovi u geometriji, istaći potrebu za aksiomatskim zasnivanjem geometrije (pet grupa aksioma: aksiome pripadanja, poretka, kongruencije, neprekidnosti i paralelnosti) te navesti učenike da formulišu definicije: poluprave, duži, poligonalne linije, poluravani i poluprostora. Osobine uglova sa paralelним kracima, uglova sa normalnim kracima te uglova uz transverzalu primjenjivati u rješavanju konstruktivnih zadataka. Isticati trokomponentnost pojma vektora. Demonstrirati primjere linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora analitički i grafički.

C.I.2. Sastavlja matematičke argumente o geometrijskim odnosima, analizira svojstva dvodimenzionalnih geometrijskih likova.	<ul style="list-style-type: none"> • Koristi elementarne konstrukcije (normala, paralela, prenošenje duži, prenošenje ugla, simetrala duži i simetrala ugla) pri rješavanju konstruktivnih zadataka o trouglu. • Konstruiše trougao, karakteristične tačke trougla, te upisanu i opisanu kružnicu. • Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.
--	---

Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
---------------------------	------------------

Ključni sadržaji

- Značajne tačke, duži i prave trougla.
- Konstruktivni zadaci o trouglu.
- Površina trougla, paralelograma i trapeza.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Posebnu pažnju treba posvetiti konstruktivnim zadacima i detaljno obrazložiti svaku etapu (analiza, konstrukcija, dokaz i diskusija). Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmoveva, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće. Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje geometrijskih likova koristiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.

C.I.3. Koristi geometrijske transformacije u podudarnosti i sličnosti geometrijskih figura.	<ul style="list-style-type: none"> • Primjenjuje teoreme o podudarnosti i sličnosti trouglova. • Koristi Talesovu teoremu o proporcionalnosti duži u modeliranju problemskih situacija. • Rješava geometrijske zadatke koristeći homotetiju i sličnost.
--	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.4
---------------------------	------------------

Ključni sadržaji

- Podudarnost trouglova. Teoreme o podudarnosti, odnos uglova i stranica trougla.
- Proporcionalnost duži. Talesova teorema.
- Homotetija kao preslikavanje.
- Sličnost. Sličnost trougla i mnogougla. Teoreme sličnosti.
- Primjena sličnosti na pravougli trougao.
- Geometrijska sredina dvije duži.
- Osobine simetrala unutrašnjeg i vanjskog ugla trougla.
- Konstruktivni zadaci primjene sličnosti.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Posebnu pažnju posvetiti proporcionalnosti duži, Talesovoj teoremi i njenom obratu, kroz odgovarajuće primjere. Demonstrirati primjere invarijantnosti za homotetiju (za pravu, duž i ugao). Dokazati stavove o sličnosti trouglova, te ih primjenjivati u zadacima, insistirajući na tome da učenici sa skice prepostavljaju koji trouglovi bi mogli biti slični i zašto, a nakon toga i dokazati svoju prepostavku ukoliko je tačna. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenum i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim životnim situacijama.

C.I.4. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	<ul style="list-style-type: none"> Primjenjuje vezu između mjera ugla datih u stepenima i radijanima. Definiše trigonometrijske funkcije oštrih uglova pravouglog trougla. Određuje vrijednosti oštrih uglova u pravouglog trouglu koristeći se trigonometrijskim omjerima. Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i rješavanju problema u planimetriji.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.2.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Mjera ugla u stepenima i radijanima. Definicija trigonometrijskih funkcija oštrih uglova u pravouglog trouglu. Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od 30°, 45° i 60°. Računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Primjena na pravougli trougao i primjena u planimetriji. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Pomoću definicije radijana postupno ukazati na vezu sa vrijednostima ugla u stepenima kako bi se formalni zapis između ovih mjernih jedinica približio učenicima. Trigonometrijske funkcije pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravouglog trouglu. Nakon toga primjenjujući trigonometrijske omjere odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštrih uglova od 30°, 45° i 60°.</p>	

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.I.1. Prikuplja, organizuje, tablično i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.	<ul style="list-style-type: none"> Tumači, analizira i organizuje podatke povezujući ih sa zadatim problemom. Podatke prikazuje na različite načine: tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo-list, linjskim dijagramom. Određuje srednju vrijednost: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Crta brkatu kutiju.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakše poređenje više skupova istovrsnih podataka. Na primjeru datog uzorka odrediti statističke parametre: aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Nakon toga, objasniti značenje standardne devijacije na primjeru.</p>	
D.I.2. Primjenjuje normalnu raspodjelu.	
<ul style="list-style-type: none"> Crta krivu normalne raspodjele. Opisuje raspodjelu podataka ispod krive. Rješava probleme sa normalnom raspodjelom. 	
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2

Ključni sadržaji

Kriva normalne raspodjele.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Konkretnе problemske zadatke iz života predstaviti koristeći se Gaussovom krivom (kriva normalne raspodjele). Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima.

2. razred gimnazije /140 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.II.1. Analizira svojstva i odnose u skupu kompleksnih brojeva i primjenjuje ih u rješavanju zadataka.	<ul style="list-style-type: none"> Diskutuje o vrijednostima stepena imaginarne jedinice. Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći različite prikaze. Usvaja geometrijski prikaz kompleksnog broja. Predstavlja kompleksne brojeve u kompleksnoj ravni.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Imaginarna jedinica. Imaginarni brojevi. Kompleksni brojevi u obliku uređenih parova. Algebarski oblik kompleksnog broja. Jednakost kompleksnih brojeva. Konjugovano-kompleksni brojevi. Modul kompleksnog broja. Kompleksna ili Gaussova ravan. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Objasniti motiv za uvođenje pojma kompleksnog broja rješavajući jednačinu oblika $x^2 + 1 = 0$. Napomenuti da je izlaz iz ove situacije pronašao švicarski matematičar Ojler (Euler) uvođenjem imaginarne jedinice, koja se po dogовору označava simbolom „ i “. Koristeći se definicijom imaginarne jedinice utvrditi da se njenim stepenovanjem dobija jedna od četiri vrijednosti $\pm 1, \pm i$. Kompleksnu (Gaussovou) ravan uvesti preko bijekcije skupa \mathbb{C} na ravan xOy upućujući tako na vezu između kompleksnih brojeva i tačaka u ravni.	
A.II.2. Odabira i kombinuje metode i operacije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva i daje rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> Kombinuje računske operacije s relanim i kompleksnim brojevima. Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva. Kombinuje operacije, metode i strategije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Računske operacije u skupu kompleksnih brojeva 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Usvojiti pravila računskih operacija sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku kroz rješavanje različitih primjera te povezati sa npr. operacijama sa polinomima, racionalisanjem nazivnika i dr. Stepene imaginarne jedinice predstaviti preko relacijske veze sa vrijednostima $\pm 1, \pm i$. Uočiti zatvorenost skupa \mathbb{C} u odnosu na sve računske operacije ali i da nije uređen u odnosu na relacije „biti veće“, „biti manje“. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnog broja koristeći se navedenim formalnim prikazima.	

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.II.1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.	<ul style="list-style-type: none"> Definiše pravila za operacije sa stepenima i korijenima. Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima. Racionališe nazivnik. Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom u korijene i obrnuto. Računa vrijednost brojevnih izraza. Računa vrijednost logaritamskih izraza.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem). Stepeni sa cijelim eksponentom. Pravila stepenovanja. Operacije sa stepenima jednakih baza. Aritmetički korijen. Pravila i operacije sa aritmetičkim korijenom. Racionalisanje nazivnika. Stepeni sa racionalnim i realnim eksponentom i operacije sa njima. Pojam logaritma (definicija, dekadski i prirodni logaritmi). Prelazak sa jedne logaritamske baze na drugu. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Pri izvođenju osnovnog pravila za množenje dva stepena istih baza analogijom to pravilo proširiti na množenje tri stepena istih baza te na kraju generalizovati sa npr. $a^{n_1} \cdot a^{n_2} \cdot \dots \cdot a^{n_k} = a^{n_1+n_2+\dots+n_k}$. Metodom specijalizacije, u ovom slučaju izjednačavanjem $n_1 = n_2 = \dots = n_k = m$, iz navedenog pravila dobijamo $a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m = a^{m+m+\dots+m} = a^{mk}$ novo pravilo za stepenovanje stepena, $(a^m)^k = a^{mk}$. Metode specijalizacije i generalizacije koristiti u nastavi kad god je to moguće jer one služe pravilnom razvijanju i usmjeravanju mišljenja učenika. Stepene i korijene obraditi postupno i detaljno uz dovoljan broj odgovarajućih primjera za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se sva nova pravila uvode na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici uvidjeli njihovu primjenu. Postepeno usložnjavati zadatke. Od učenika zahtijevati da oznaku za logaritam log pišu u istoj ravni kao i argument logaritma i vrijednost logaritma, dok bazu logaritma, koja je indeks, pišu spušteno, manje veličine. Prije nego što se navede definicija logaritma, naglašavajući uslove vezane za argument, bazu i vrijednost logaritma, sa učenicima postupno doći do ekvivalencije $a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y$ navodeći odgovarajuće konkretne primjere.</p>	
B.II.2. Rješava jednačine i nejednačine, diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih predstavlja.	<ul style="list-style-type: none"> Uočava ulogu i značaj vrijednosti diskriminante kvadratne jednačine i pravilno tumači prirodu rješenja kvadratne jednačine. Rješava kvadratne jednačine korištenjem Viteovih formula. Primjenjuje Viteove formule i diskriminant u složenijim zadacima određivanja koeficijenata. Rješava jednostavne sisteme kvadratne i linearne jednačine. Kombinuje metode i tehnike rješavanja jednačina, nejednačina i sistema. Modelira problemsku situaciju koristeći se jednačinama i nejednačinama. Diskutuje rješenja jednačina, nejednačina i sistema u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće.

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Kvadratne jednačine oblika $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ i nejednačine oblika $ax^2 + bx + c < 0, a \neq 0$. Vieteove formule. Rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne faktore. Bikvadratne jednačine oblika $ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0$. Jednačine višeg reda (trećeg i četvrtog stepena) sa simetričnim koeficijentima. Iracionalne jednačine i nejednačine. Eksponencijalne jednačine i nejednačine. Logaritamske jednačine i nejednačine. Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog a jedna drugog stepena. Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Prvo rješavati nepotpune kvadratne jednačine, a zatim izvesti formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine. Argumentovati prirodu rješenja kvadratne jednačine određujući vrijednost diskriminante D. Pošto kvadratne jednačine imaju široku primjenu njihovo rješavanje treba uvežbati do nivoa automatizma. Koristeći Vieteove formule pokazati kako se može formirati kvadratna jednačina ako se znaju njena rješenja. Kvadratne nejednačine rješavati na više načina, grafički i analitički npr. koristeći se znakom kvadratne funkcije. Poželjno je isti primjer rješavati na više načina. Kod učenika razviti sposobnost prepoznavanja jednačina višeg reda koje se svode na kvadratne. Prilikom rješavanje bikvadratnih jednačina birati zadatke sa konstantnim i promjenljivim koeficijentima. Prilikom rješavanja sistema jednačina dati grafički prikaz, kad god je to racionalno. Izračunavanju logaritma treba posvetiti posebnu pažnju. Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina. Kod rješavanja logaritamskih jednačina krenuti od jednostavnih npr. $\log_a f(x) = b, 0 < a \neq 1$, a onda preći na složenije uz obavezu određivanja definicionog područja. Prilikom rješavanja zadatka kao provjeru tačnosti rješenja koristiti IKT alate kao što su Geogebra, Photomath i dr.</p>	
B.II.3. Povezuje i primjenjuje trigonometrijske identitete.	<ul style="list-style-type: none"> Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija. Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicione formule, formule dvostrukog i polovičnog ugla te formule transformacije zbira u proizvod. Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Osnovni trigonometrijski identiteti. Adicione teoreme. Trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovičnog ugla. Transformacija zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija pomoću osnovnog trigonometrijskog identiteta. Nakon što se izvedu adicione formule za trigonometrijske funkcije zbira i razlike dvaju uglova, moguć je niz specijalizacija. Metodom specijalizacije, uvrštavanjem $\beta = \alpha$ u adicione formule dobijamo formule za trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla. Navesti učenike da ovom metodom izvedu i formule za trigonometrijske funkcije polovičnog ugla, što im omogućuje bolje razumijevanje ovih nastavnih sadržaja. Kombinujući usvojene veze između trigonometrijskih funkcija, kao identitete računati i dokazivati trigonometrijske tvrdnje.</p>	

Oblast: C/ Geometrija i mjerena	
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.II.1. Ispituje i grafički prikazuje funkcije te primjenjuje njihova svojstva (osobine).	<ul style="list-style-type: none"> Ispituje i primjenjuje svojstva funkcija (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske, trigonometrijske funkcije). Grafički prikazuje funkcije (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske, trigonometrijske funkcije) na osnovu ispitanih elemenata i očitava tačke sa grafika funkcija. Prepozna grafičke funkcije. Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminantu i najstarijem koeficijentu funkcije. Tumači, na osnovu grafika, svojstva kvadratne funkcije i koristi ih prilikom rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina kao i u zadacima vezanim za problem određivanja npr. maksimuma i minimuma. U problemskim situacijama prepozna kvadratnu zavisnost, zapisuje je kao kvadratnu funkciju te primjenjuje na analizu problema. Prepozna inverznu vezu eksponencijalnih i logaritamskih funkcija te tumači grafičke prikaze tih funkcija. U problemskim situacijama prepozna i primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku zavisnost, zapisuje je kao funkciju te primjenjuje na analizu problema. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije za date vrijednosti amplitudne, perioda i pomaka.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> Kvadratna funkcija $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ (nule, znak, ekstrem, tok i grafik). Eksponencijalna funkcija $y = a^x, 0 < a \neq 1$ (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik). Logaritamska funkcija (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik). Osnovne trigonometrijske funkcije $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x$ i $y = \operatorname{ctg} x$. Trigonometrijske funkcije oblika $y = a \cdot \sin x, y = a \cdot \sin bx, y = a \cdot \sin(bx + c), y = a \cdot \cos x, y = a \cdot \cos bx, y = a \cdot \cos(bx + c)$. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Demonstrirati crtanje najjednostavnijeg oblika kvadratne funkcije $y = x^2$. Translacijom za vektor položaja tjemena parabole postepeno doći do grafika potpune kvadratne funkcije. Mogu se koristiti i odgovarajući elektronski interaktivni sadržaji. Kvadratne funkcije $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ obraditi detaljno naročito: nule, znak, tok i ekstrem. Na osnovu definicije nule funkcije (nultačke funkcije) izvesti formulu za njeno određivanje te ukazati na vezu između „prirode“ nula funkcije i diskriminante D. Navoditi problemske situacije npr. iz fizike (ispaljeni hitac), ekonomije (rentabilnost poslovanja), sporta (ispucavanje lopte), arhitekture (lukovi mosta, fontane) i dr. kako bi se prepoznata kvadratna zavisnost zapisala kao kvadratna funkcija te primjenila na analizu i rješenje problema. Posvetiti pažnju eksponencijalnim funkcijama i otkrivanju njihovih osobina, kako bi se sa uspjehom koristile pri rješavanju eksponencijalnih jednačina i nejednačina. Eksponencijalni rast objasniti kroz nekoliko primjera npr. koliko puta trebamo presaviti papir da bi dostigli udaljenost od Zemlje do Mjeseca, spomenuti problem zrna pšenice na šahovskoj ploči, i slično. Logaritamsku funkciju definisati kao inverznu funkciju eksponencijalne funkcije i dati grafičku interpretaciju koristeći se pravcem $y = x$. Svojstva logaritamske funkcije staviti u funkciju rješavanja odgovarajućih jednačina i nejednačina. Navoditi probleme iz života npr. prirast stanovništva, razvoj bakterija u jednoj kulturi, porast drvne mase u šumi, količina lijeka u</p>	

krv, razgradnja nuklearnog materijala i dr. kako bi se prepoznala eksponencijalna i logaritamska zavisnost te primjenila na analizu i rješenje problema. Prilikom crtanja grafika trigonometrijskih funkcija $y = a \cdot \sin x$, $y = a \cdot \sin bx$, $y = a \cdot \sin (bx + c)$, $y = a \cdot \cos x$, $y = a \cdot \cos bx$, $y = a \cdot \cos (bx + c)$ izvoditi zaključke o osobinama ovih funkcija na osnovu amplitude, perioda i pomaka poredajući ih sa osnovnim trigonometrijskim funkcijama. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerima i dostupnim elektronskim interaktivnim programima i alatima.

C.II.2. Primjenjuje osobine trigonometrijskih funkcija.	<ul style="list-style-type: none"> Predstavlja proizvoljno zadati ugao na trigonometrijskoj kružnici. Predstavlja vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljno zadatog ugla na trigonometrijskoj kružnici. Kombinuje i primjenjuje osobine (periodičnost, parnost) trigonometrijskih funkcija pri njihovom svođenju na prvi kvadrant.
--	--

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Definicija trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.
- Periodičnost trigonometrijskih funkcija.
- Znaci trigonometrijskih funkcija.
- Parne i neparne trigonometrijske funkcije.
- Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od 0 do 2π radijana.
- Svođenje na prvi kvadrant.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Prilikom definisanja trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici važno je da učenici otkriju i uoče vezu između koordinata tačaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ($\sin x$ i $\cos x$), odnosno koordinata tačaka na osi tangensa sa $\operatorname{tg} x$ i osi kotangensa sa $\operatorname{ctg} x$. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici odabirom odgovarajućih zadataka te primjeni osobina (periodičnost, znak, parnost) kod svođenja trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant. Upozoriti na mјere koje se koriste pri računanju (stepeni i radijani).

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.II.1. Primjenjuje vjerovatnoću.	<ul style="list-style-type: none"> Opisuje siguran i nemoguć događaj Primjenjuje algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerovatnoće. Određuje geometrijsku vjerovatnoću.

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

- Događaj.
- Vjerovatnoća događaja.
- Klasična definicija vjerovatnoće.
- Geometrijska vjerovatnoća.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Pomoću odgovarajućih primjera odrediti skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjeniti klasičnu definiciju vjerovatnoće.

3. razred gimnazije /M-IIP- 175 nastavnih sati godišnje; ostala izborna područja 105 nastavnih sati godišnje/

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.III.1. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže grafički i usmeno.	<ul style="list-style-type: none"> Primjenjuje analitičku formulu za izračunavanje površine trougla u PKS. Ispituje uslov kolinearnosti tri tačke. Ispituje, opisuje i crta pravu u koordinatnom sistemu na osnovu njene jednačine. Računa veličinu ugla između prave i pozitivnog dijela x ose i povezuje ga s koeficijentom pravca prave. Računa koeficijent pravca prave. Računa udaljenost tačke od prave i veličinu ugla između pravih. Prikazuje na različite načine jednačinu prave u ravni. Tumači odnose između pravih u ravni i zapisuje ih matematičkim simbolima. Date podatke opisuje linearom vezom po mogućnosti uz upotrebu tehnologije.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Koordinatni sistem u ravni. Rastojanje između dvije tačke. Koordinate središta duži. Koordinate težišta trougla. Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova. Uslov kolinearnosti tačaka. Jednačine prave u ravni. Ugao između dvije prave u ravni. Uslov paralelnosti i normalnosti pravih. Presjek dvije prave. Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadalu tačku. Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke. Jednačina simetrale ugla između dvije date prave.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustrovanjem pojmove. Sistematisovati znanja koja su stečena u osnovnoj školi te usmjeravati učenike da samostalno i logički zaključuju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara u jednačinama. Učenicima naglasiti da crtež služi samo kao pomoć pri rješavanju zadataka i da on ne može poslužiti kao dokaz riješenog problema. Posebnu pažnju posvetiti oblicima jednačine prave u ravni, transformaciji jednog oblika u drugi, tumačenju sastavnih dijelova tih oblika, kao i određivanju međusobnog položaja dvije prave u ravni.	
B.III.2. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u prostoru, te ih obrazlaže grafički i usmeno.**	<ul style="list-style-type: none"> Definiše vektor položaja tačke. Računa udaljenost između dvije tačke. Prikazuje na različite načine jednačinu ravni. Računa udaljenost tačke od ravni. Tumači odnose između dvije ravni, dvije prave i prave i ravni i zapisuje ih matematičkim simbolima.

	<ul style="list-style-type: none"> Prikazuje na različite načine jednačinu prave u prostoru. Računa ugao između dvije ravni te prave i ravni. Date podatke vizuelizuje po mogućnosti uz upotrebu tehnologije. Geometrijski tumači sistem od tri linearne jednačine s tri nepoznate.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Vektor položaja tačke. Rastojanje između dvije tačke u prostoru. Podjela duži u datom omjeru. Različiti oblici jednačine ravni. Udaljenost tačke od ravni. Međusobni položaj dvije ravni. Ugao između dvije ravni. Geometrijsko tumačenje sistema tri linearne jednačine s tri nepoznate. Različiti oblici jednačine prave u prostoru. Udaljenost tačke od prave. Međusobni položaj dvije prave. Prava i ravan. Međusobni položaj prave i ravni. Ugao između prave i ravni.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustrovanjem pojmove. Sistematizovati znanja koja su stečena u analitičkoj geometriji u ravni te usmjeravati učenike da samostalno i logički zaključuju o analognim vezama koje vrijede u prostoru. Učenicima naglasiti da crtež služi kao pomoć pri rješavanju zadataka i da ne može poslužiti kao dokaz riješenog problema. Posebnu pažnju posvetiti različitim oblicima jednačine ravni, transformaciji jednog oblika u drugi, tumačenju sastavnih dijelova tih oblika, kao i određivanju međusobnog položaja dvije ravni. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računarskim programima i alatima.</p> <p>**Navedeni ishod i ključni sadržaji se odnosi na matematičko-informatičko izborni područje.</p>	
B.III.3. Ispituje krive drugog reda te analizira svojstva i odnose pravih i krivih drugog reda.	<ul style="list-style-type: none"> Ispituje jednačinu kružnice, elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krive i obratno. Transformiše jedan oblik jednačine krivih drugog reda u drugi. Tumači i određuje na osnovu grafičkog prikaza ili zadanih uslova jednačine kružnice, elipse, hiperbole i parabole. Utvrđuje odnose prave i krivih drugog reda (uslov dodira, okomitosti i ugao presjeka).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Definicija i konstrukcija kružne linije. Jednačina kružnice. Međusoban položaj prave i kružnice. Definicija i konstrukcija elipse. Jednačina elipse. Međusoban položaj prave i elipse. Definicija i konstrukcija hiperbole. Jednačina hiperbole. Međusoban položaj prave i hiperbole. Definicija i konstrukcija parabole. Jednačina parabole. Međusoban položaj prave i parabole. Zajednička tangenta dvije krive drugog reda. Analitičko razmatranje međusobnog odnosa dvije krive drugog reda u ravni.* ** Neki sistemi od dvije kvadratne jednačine sa dvije nepoznate.* **

Preporuke za ostvarenje ishoda

Jednačinu kružnice izvesti tako što kružnicu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj se centar O podudara sa ishodištem. Zatim koristiti definiciju kružnice i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu kružnice. Transformisati jedan oblik jednačine kružnice u druge. Jednačinu elipse izvesti tako što elipsu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj je centar O u ishodištu koordinatnog sistema, a ose na koordinatnim osama. Koristiti definiciju elipse i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu elipse. Transformisati jedan oblik jednačine elipse u drugi. Sasvim analogno se izvodi jednačina hiperbole. Zato se izvođenje jednačine hiperbole može postaviti kao problemska situacija koju, poznavajući postupak izvođenja jednačine elipse, učenici mogu i znaju samostalno riješiti. Prilikom izvođenja jednačine parabole koordinatni sistem postaviti tako da se tjeme (vrh) parabole podudara sa ishodištem, osa parabole sa apscisnom osom, žiža parabole leži na pozitivnom dijelu apscisne osi a vrh parabole polovi udaljenost od žarišta do direktrise parabole. Zatim koristiti definiciju parabole i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu parabole. Heurističkim razgovorom doći do zaključka u kakvom međusobnom položaju mogu biti krive drugog reda i prava, od čega to zavisi, a zatim izvesti obrazac za određivanje njihovog međusobnog položaja. Određivanje ugla između krivih drugog reda svesti na određivanje ugla koji grade tangente postavljene na date krive u tački presjeka. Zadatke rješavati postupno u nekoliko koraka.

*Navedeni ključni sadržaj se odnosi na opšte, prirodno i informaciono-komunikaciono izbornu područje.

**Navedeni ključni sadržaj se odnosi na matematičko-informatičko izbornu područje.

B.III.4. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata vektorske algebre u ravni i prostoru, te koristi simbole i različite prikaze.	<ul style="list-style-type: none"> • Ispituje, opisuje i koristi elemente vektora. • Računa s vektorima (sabira, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravni i u koordinatnom sistemu. • Određuje intenzitet vektora, projekciju vektora. • Računa skalarni proizvod vektora i primjenjuje ga za uslov okomitosti vektora. • Računa i geometrijski interpretira vektorski i mješoviti proizvod vektora. • Razlikuje skalarni i vektorski proizvod vektora. • Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima. • Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora. • Primjenjuje skalarni, vektorski i mješoviti proizvod vektora.
--	--

Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1.
---------------------------	-------------------

Ključni sadržaji

- Vektori u prostoru.
- Osnovne operacije s vektorima.
- Vektorski prostor.
- Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora.
- Baza vektorskog prostora.
- Razlaganje vektora na komponente.
- Koordinate vektora u odnosu na neku bazu vektorskog prostora.
- Projekcija vektora na pravu, ravan i koordinatnu osu.
- Pravougli koordinatni sistem u prostoru i koordinatni vektori.
- Skalarni proizvod dva vektora.
- Vektorski proizvod dva vektora.
- Mješoviti proizvod vektora.
- Uslov linearne zavisnosti tri vektora.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Proširiti znanja o vektorima u ravni stečena u osnovnoj školi na vektore u prostoru koristeći se metodama za aktivno učenje. Slikovito prikazati operacije sa vektorima. Ukažati na razliku između slobodnog i vezanog vektora. Osobine vektora vježbati kroz njihovu primjenu u zadacima različitih nivoa složenosti. Fokus treba biti na razvoju prostornog zora. Koristiti skalarni proizvod pri određivanju ugla između dvije prave, tj. dva

vektora, dužine vektora, itd. Pomoću pažljivo odabranih zadataka učenici usvajaju i razumiju činjenicu da intenzitet vektorskog proizvoda predstavlja površinu paralelograma konstruisanog nad tim vektorima dok je mješoviti proizvod tri nekomplanarna vektora po apsolutnoj vrijednosti skalar jednak zapremini paralelopipeda čije su ivice dati vektori. Skalarni, vektorski i mješoviti proizvod primjenjivati u rješavanju problema iz svakodnevnog života u kojima se ispituju npr. površina i zapremina, koje se smatraju važnim geometrijskim pojmovima.

	<ul style="list-style-type: none"> Povezuje koeficijente sistema linearnih jednačina sa više nepoznatih u novi model – matrice. Primjenjuje računske operacije sa matricama. Određuje vrijednost inverzne matrice koristeći se različitim metodama. Razlikuje matrice i determinante. Kombinuje tehnike rada sa matricama i determinantama. Rješava matrične jednačine. Opisuje matricu te navodi primjere matrica. Rješava sisteme jednačina primjenom Cramerovog pravila.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.2

Ključni sadržaji

- Pojam matrice kao sheme.
- Jednakost dvije matrice, sabiranje, oduzimanje, množenje dvije matrice.
- Množenje matrice skalarem.
- Pojam nula-matrice i jedinične matrice.
- Pojam determinante n-tog reda i njene osobine.
- Izračunavanje vrijednosti determinanti (Laplasov razvoj).
- Primjena determinanti na rješavanje kvadratnog sistema od n jednačina (Cramerovo pravilo).
- Pojmovi adjungovane i inverzne matrice.
- Razne metode izračunavanja (odredivanja) inverzne matrice.
- Rješavanje matričnih jednačina.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Matrica je učenicima nov pojam koji je potrebno uvesti uz odgovarajuće primjere. Objasniti pojmove nula-matrice, jedinične, adjungovane, inverzne matrice, gornja i donja trougaona matrica. Objasniti razliku između matrica i determinanti. Učenicima demonstrirati primjenu matrica i determinanti na rješavanje sistema linearnih jednačina i to do trećeg stepena. Značaj matrice u savremenim naukama, naročito u izučavanju važnih društvenih i tehničkih problema ne zahtijeva posebnu argumentaciju. Objasniti osobine determinante kroz primjere. Determinantu matrice staviti u funkciju izračunavanja inverzne matrice (za regularnu matricu). Bitno je da svaki učenik zna riješiti sistem od dvije linearne jednačine s dvije nepoznate Kramерovim pravilima i matričnim jednačinama.

** Navedeni ishod i ključni sadržaji se odnose na matematičko-informatičko izborno područje.

	<ul style="list-style-type: none"> Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih nejednačina Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja sistema trigonometrijskih jednačina
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.2.2.
	Ključni sadržaji

- Osnovne trigonometrijske jednačine $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$, $\operatorname{ctg} x=a$.
- Jednačine oblika $\sin(ax+b)=m$, $\cos(ax+b)=m$, $\operatorname{tg}(ax+b)=m$, $\operatorname{ctg}(ax+b)=m$.
- Jednačine oblika $\sin(ax+b)=\sin(mx+n)$, $\cos(ax+b)=\cos(mx+n)$, $\operatorname{tg}(ax+b)=\operatorname{tg}(mx+n)$,
- $\operatorname{ctg}(ax+b)=\operatorname{ctg}(mx+n)$.**

- Jednačine koje se mogu svesti na oblik $f(x) \cdot g(x)=0$.**
- Jednačine koje su kvadratne po $\sin x$ i $\cos x$.**
- Trigonometrijske nejednačine.
- Trig nejednačine oblika $a \cdot \sin(bx+c)+d>0$, $a \cdot \cos(bx+c)+d<0$, $a \cdot \tg(bx+c)+d>0$, $a \cdot \ctg(bx+c)+d<0$.**
- Sustini trigonometrijskih jednačina sa dvije nepoznate.**

Preporuke za ostvarenje ishoda

Rješavanje trigonometrijskih jednačina i nejednačina treba da predstavlja ponavljanje i sistematizaciju svih do tada usvojenih trigonometrijskih sadržaja. Trigonometrijskim jednačinama posvetiti punu pažnju. Ako učenici dobro usvoje metode rješavanje trigonometrijskih jednačina lakše će rješavati trigonometrijske nejednačine. Prilikom rješavanja jednačina i nejednačina koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primijerenim i dostupnim interaktivnim programima i alatima.

*Navedeni ključni sadržaj se odnosi na opće, prirodno i informaciono-komunikaciono izborni područje.

**Navedeni ključni sadržaj se odnosi na matematičko-informatičko izborni područje.

Oblast: C/ Geometrija i mjerena

Ishod učenja	Razrada ishoda
C.III.1. Računa zapreminu i površinu geometrijskih tijela.	<ul style="list-style-type: none"> • Skicira i ispituje rogljasta i obla tijela. • Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i ravanskih figura za rješavanje problemskih zadataka o površini i zapremini. • Iz datih podataka računa površinu i zapreminu tijela, visine tijela, površine i visine bočnih strana, dijagonalnih presjeka i sl. • Korištenjem Kavalijerijevog principa izvodi formule za zapreminu kupe. • Računa poluprečnike upisane i opisane sfere kod poliedra, valjka, kupe i zarubljene kupe. • Primjenjuje trigonometrijske omjere, sinusnu i kosinusnu teoremu u stereometriji. • Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života. • Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> • Diedar, rogalj i polieder. • Pravilni poliedri, Platonova tijela (tetraedar, heksaedar, oktaedar, dodekaedar, ikosaedar). • Odnos strana diedra i triedra. • Prizma, piramida i njihovi ravnii presjeci. • Sličnost poliedara. Kavalijerijev princip. • Površina i zapremina poliedra. • Zapremina prizme, piramide i zarubljene piramide. • Obrtna rotaciona tijela. • Valjak (cilindar). Kupa (stožac). Lopta (kugla). • Ravnii presjeci obrtnih tijela. • Površina i zapremina uspravnog valjka, uspravne kupe i uspravne zarubljene kupe. • Površina i zapremina lopte i njenih dijelova.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Sistematisovati dosadašnja znanja iz planimetrije te zajedno sa učenicima izvesti zaključke o analognim vezama koje vrijede u stereometriji. Obogatiti znanja učenika navodeći ih da uočavaju srodne, analogne objekte, otkrivaju analogna svojstva i provode analogne postupke. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Demonstrirati Kavalijerijev princip. Nastanak krnjih tijela i dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje, igrama asocijacije i sl.

C.III.2. Računa površine geometrijskih figura u ravni	<ul style="list-style-type: none"> • Računa površinu trougla, pravougaonika, paralelograma, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama koristeći trigonometrijske identitete i formule. • Računa površinu kruga i njegovih dijelova koristeći trigonometrijske formule. • Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura u ravni. • Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.
--	--

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.1.2

Ključni sadržaji

- Mjerenje površina (aksiomatsko zasnivanje mjerena).
- Površine trougla, paralelograma, trapeza, četverougla s normalnim (okomitim) dijagonalama. Heronov obrazac.
- Površina mnogougla (poligona).
- Površina kruga i njegovih dijelova.
- Sinusna i kosinusna teorema.
- Rješavanje kosouglog trougla.
- Primjena sinusne i kosinusne teoreme u planimetriji i problemskim zadacima.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Rješavati različite tipove zadataka te uz sistemičan pristup uvesti učenike u rješavanje složenih tekstualnih zadataka i problemskih situacija primjerena njihovom uzrastu. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje znanja, igrom asocijacije i slično. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz STEM grupe nastavnih predmeta Biologija, Fizika, Hemija, Geografija kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. pomoću projektnog ili problemskog zadatka.

**4. razred gimnazije /M-IIP- 150 nastavnih sati godišnje;
ostala izborna područja - 90 nastavnih sati godišnje/**

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.IV.1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problema.	<ul style="list-style-type: none"> • Koristi aksiomatski pristup zasnivanja skupa N. • Objasnjava i koristi teoremu o ekvipotentnim skupovima. • Ispituje i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. • Navodi aksiome polja realnih brojeva. • Analizira prebrojivost skupova N, Z, Q i R.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.2.
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Pregled skupova brojeva. • Pojam ekvipotentnih skupova. • Elementarne teoreme o ekvipotentnim skupovima. • Kardinalni brojevi. • Aksiomatsko zasnivanje skupa N (Peanovi aksiomi). • Aksiome polja realnih brojeva. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Prilikom obrade navedenih nastavnih sadržaja koristiti se pripremljenim prezentacijama kako bi se učenicima omogućilo da dobiju, makar i približan, uvid u mogućnost aksiomatske izgradnje teorije skupova te aktivnim metodama podučavanja nadograditi stečena znanja učenika.	
A.IV.2. Analizira svojstva i odnose u skupu kompleksnih brojeva i koristi različite prikaze.**	<ul style="list-style-type: none"> • Zapisuje kompleksan broj u algebarskom i trigonometrijskom obliku. • Predstavlja kompleksan broj u kompleksnoj ravni. • Sabira, oduzima, množi, stepenuje i korjenjuje kompleksne brojeve u trigonometrijskom obliku, po potrebi koristeći se De Moivreovom formulom. • Rješenja jednačine npr. $z^5 = 2$ prikazuje u Gaussovoj ravni.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula. • Računske operacija sa kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku (množenje, dijeljenje, stepenovanje i korjenovanje). • Eulerov oblik kompleksnog broja. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Učenicima je od ranije poznat algebarski oblik kompleksnog broja. Odgovarajućim primjerima ukazati na vezu između algebarskog i trigonometrijskog prikaza kompleksnog broja. Postupke prevođenja kompleksnih brojeva iz jednog oblika u drugi i računske operacije sa njima pratiti odgovarajućim crtežima u Gaussovoj ravni. **Navedeni ishod i ključni sadržaji se odnose na matematičko-informatičko izborno područje.	

Oblast: B/ Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.1. Logički zaključuje i dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	<ul style="list-style-type: none"> • Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. • Dokazuje matematičkom indukcijom matematičke tvrdnje. • Primjenjuje svojstva binomnih koeficijenata i binomnu formulu.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.3.2
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Pojam indukcije. • Princip potpune matematičke indukcije. • Primjena matematičke indukcije. • Svojstva binomnih koeficijenata. • Binomna formula. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Metodu matematičke indukcije usvojiti na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici prepoznali zadatke u kojima se ova metoda može uspješno primjenjivati. Postepeno usložnjavati zadatke dokazujući identitete, nejednakosti, djeljivost brojeva u skupu N. Posebnu pažnju posvetiti oznaci za sumu koja se prvi put uvodi kod binomnog obrasca, kako bi se u potpunosti razumio kratki zapis formule. Pokazati primjenu binomnog obrasca na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Dovesti u vezu binomne koeficijente sa Paskalovim trouglom.</p>	
B.IV.2. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu primjenom aritmetičkog i geometrijskog niza i reda.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red. • Zapisuje opšti član niza, povezuje sa aritmetičkom i geometrijskom sredinom. • Računa zbir prvih n članova niza. • Tumači odnose između članova aritmetičkog i geometrijskog niza. • Računa zbir geometrijskog reda. • Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Brojni nizovi. • Aritmetički niz (progresija). • Geometrijski niz (progresija). • Interpolacija članova aritmetičkog i geometrijskog niza. • Granična vrijednost niza. • Računanje s graničnim vrijednostima. • Monotoni nizovi. Broj e. • Stav o umetnutim razmacima. • Pojam reda. Geometrijski red. • Beskonačni decimalni razlomci kao konvergentni redovi.* ** • Neprebrojivost skupa R.* ** 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Pojam aritmetičkog i geometrijskog niza uvesti postepeno preko primjera nizova iz svakodnevnog života. Učenike navesti da sami zaključe način određivanja članova niza i sume niza. Objasniti pojam konvergentnog i divergentnog niza kroz različite primjere. Geometrijski pokazati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima te kroz praktične primjere ukazati na razlike između tačke gomilanja niza i granične vrijednosti niza. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje granične vrijednosti niza te ukazati na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. ispisivanjem niza sa općim članom $a_n = \frac{1}{n}$). Razlike između pojmove niza i reda objasniti koristeći se</p>	

definicijama i pomoću primjera. Formulu za sumu beskonačnog reda izvesti primjenjujući limes niza. Zbir beskonačnog geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnog periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke.

*Navedeni ključni sadržaj se odnosi na opće, prirodno i informaciono-komunikaciono izbornu područje.

**Navedeni ključni sadržaj se odnosi na matematičko-informatičko izbornu područje.

B.IV.3. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze realnih funkcija.	<ul style="list-style-type: none"> • Definiše i na osnovu grafika prepoznaže ograničene odozgo (odozdo), parne, neparne, periodične i monotone funkcije. • Određuje i analizira osobine funkcije zadane različitim zapisima. • Na osnovu ispitanih osobina crta grafik funkcije. • Datu složenu funkciju prikazuje kao kompoziciju dvaju funkcija, te određuje inverznu funkciju. • Objasnjava pojam limesa funkcije. • Geometrijski (na grafiku) interpretira graničnu vrijednost (običnu, lijevu, desnu,...) i dovodi je u vezu sa asimptotama funkcije. • Računa granične vrijednosti koristeći njihove osobine i osnovne granične vrijednosti.
---	---

Poveznice sa ZJNPP

MTP-2.1.1

Ključni sadržaji

- Pojam realne funkcije jedne realne promjenljive.
- Načini zadavanja funkcije.
- Područje definisanosti i područje vrijednosti funkcije.
- Grafik funkcije.
- Kompozicija funkcija, bijektivna i inverzna funkcija.
- Opće osobine funkcije: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost.
- Stepena funkcija, polinom i racionalna funkcija, eksponencijalna, logaritamska, trigonometrijske funkcije, arkusfunkcije, pojam elementarne funkcije.
- Granična vrijednost funkcije.
- Računanje s graničnim vrijednostima funkcija.
- Neprekidnost funkcije. Osobine neprekidnih funkcija.
- Asimptote krivih.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Osobine i grafike svih elementarnih funkcija detaljnije predstaviti kako bi se sistematizovali sadržaji vezani za ovu temu. Graničnu vrijednost (limes) funkcije i neprekidnost treba demonstrirati grafički, uz što više odgovarajućih primjera. Demonstrirati računanje granične vrijednosti funkcije na osnovu definicije i ispitivanje neprekidnosti funkcije. Navesti činjenicu da je svaka elementarna funkcija neprekidna na svom domenu. Navesti primjer funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$ i njenu domenu. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcije i njenih asimptota. Povezivati grafik funkcije i njene osobine, te tumačiti značenja tih osobina.

B.IV.4. Primjenjuje pojam derivacije i operaciju deriviranja.	<ul style="list-style-type: none"> • Definiše izvod (derivaciju) funkcije u tački te povezuje geometrijsko i kinematičko značenje izvoda. • Izvodi derivaciju po definiciji. • Navodi osnovne (tablične) izvode. • Računa derivacije koristeći se pravilima deriviranja zbira, proizvoda i količnika. • Određuje derivaciju složene funkcije. • Određuje tangentu i normalu na grafik funkcije.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> Određuje derivaciju implicitno zadane funkcije. Navodi vezu između monotonosti i znaka prvog izvoda, te objašnjava pojam lokalnog ekstrema. Koristi Lopitalova pravila pri računanju granične vrijednosti funkcije. Definiše konveksnu i konkavnu funkciju, te ih prepoznaće na osnovu grafika. Navodi vezu između konveksnosti i drugog izvoda. Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje znaka, toka i konveksnosti funkcije, određuje lokalne ekstreme, asimptote i crta grafik funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3.
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> Pojam izvoda (derivacije), geometrijsko i kinematičko značenje izvoda. Problem tangente i brzine. Pravila diferenciranja. Izvod osnovnih elementarnih funkcija. Izvod složene funkcije. Izvod inverzne funkcije. Izvod implicitne funkcije. Pojam diferencijala. Izvodi i diferencijali višeg reda. Primjena izvoda na zadatke o monotonosti i ekstremima funkcija. Ispitivanje i crtanje grafika funkcije.
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Diferencijalni račun ima značajnu ulogu u matematici i drugim prirodnim, društvenim i tehničkim naučnim disciplinama. Izračunavanje vrijednosti izvoda funkcije su pravi test za učenika iz njegovih znanja o funkcijama i njihovim graničnim vrijednostima. Pojam izvoda interpretirati geometrijski i kinematički. Računati izvode koristeći se definicijom i tabičnim izvodima, zatim računati složene izvode te demonstrirati i objasniti primjenu derivacija kod ispitivanja funkcija. Neće biti suvišno da se rješenja pojedinih praktičnih zadataka vezanih za probleme maksimuma odnosno minimuma eksperimentalno potvrde jer tako dajemo snažan podsticaj učenicima za ovladavanje matematičkim pojmovima i postupcima i sticanju potrebnih vještina. Funkciju ispitati tako što će se odrediti njena domena, kodomena, nule funkcije, presjeci sa x i y osom (po potrebi), periodičnost (po potrebi), asimptote, parnost, stacionarne tačke, intervali rasta i pada funkcije, ekstremne vrijednosti, konkavnost/konveksnost, prevojne tačke te na osnovu dobivenih podataka crtati grafik funkcije. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerенным i dostupnim interaktivnim računarskim programima i alatima.</p>	
B.IV.5. Primjenjuje pojam integrala i operaciju integriranja.	<ul style="list-style-type: none"> Tumači povezanost primitivne funkcije i operacije integriranja. Računa neodređeni integral koristeći osnovna pravila i tablicu neodređenih integrala. Primjenjuje metodu supstitucije, parcijalne integracije i metodu rastava na parcijalne razlomke u računanju integrala. Primjenjuje Newton-Leibnizovu formulu i računa određeni integral. Kombinuje diferencijalni i integralni račun u rješavanju problema. Primjenjuje određeni integral u izračunavanju dužine, površine i zapremine.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.3.

Ključni sadržaji

- Primitivna funkcija i neodređeni integral.
- Tablica osnovnih neodređenih integrala.
- Osnovna pravila integracije.
- Metoda zamjene.
- Integracija racionalnih funkcija. Razlaganje racionalnih funkcija na parcijalne razlomke-metoda neodređenih koeficijenata.* **
- Metoda parcijalne integracije.* **
- Određeni integral (u Riemannovom smislu).
- Osobine određenog integrala.
- Newton-Leibnizova formula.
- Metoda zamjene promjenljivih u određenom integralu.
- Primjena određenog integrala na izračunavanje površine ravnih figura i dužine luka krivih (dati obrazac bez izvođenja).*
- Površina obrtnih površi i zapremina obrtnih (rotacionih) tijela.**

Preporuke za ostvarenje ishoda

Uvesti neodređen integral kao pojam koji je inverzan pojmu derivacije funkcije, tj. da je neodređeni integral neke funkcije skup svih antiderivacija te funkcije. Naziv mu dolazi od toga što neodređeni integral funkcije nije jedna funkcija, nije jednoznačno određen, nego je skup funkcija koje su međusobno povezane. Nавести tablicu integrala nekih važnih elementarnih funkcija i objasniti osnovne metode određivanja integrala pomoću adekvatno odabranih zadataka. Pod pojmom integral podrazumijevaju se dva pojma određeni i neodređeni integral. U nastavi ćemo prvo proučavati neodređene a zatim određene integrale primjenjujući metode aktivne nastave. Prije obrade određenog integrala i Njutn-Lajbnicove formule korisno je kroz primjere iz metrike površina, fizike, ukazati na smisao izračunavanja veličine „putem sabiranja njenih djelića“. Tako će učenici doživjeti ono što je doživio i Njutn prilikom „otkrivanja“ veze određenog i neodređenog integrala. Računati integrale primjenjujući metodu supstitucije, parcijalne integracije i metodu razlaganja racionalnih funkcija na parcijalne razlomke. Određivati površinu lika ispod grafika funkcije i zapreminu obrtnog tijela primjenjujući metodu parcijalne integracije. Primijeniti integrale u rješavanju problemskih zadataka kao i projektnih zadataka uz samostalno ili grupno istraživanje i pronalaženje rješenja.

* Navedeni ključni sadržaj se odnosi na opće, prirodno, i informaciono-komunikaciono izborni područje.

** Navedeni ključni sadržaj se odnosi na matematičko-informatičko izborni područje.

Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.IV.1. Argumentovano računa vjerovatnoću i interpretira formulu totalne vjerovatnoće i Bayesovu formulu.**	<ul style="list-style-type: none"> • Identificuje različite međusobno isključive izvore i zaključuje da je suma njihovih vjerovatnoća jednaka 1. • Procjenjuje zavisne i nezavisne događaje i primjenjuje rječnik vjerovatnoće prema kontekstu problema. • Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće. • Procjenjuje da ponavljanjem eksperimenta ne mora dobiti isti ishod. • Prosudiže da povećanje broja ponavljanja eksperimenta općenito vodi ka boljom procjeni vjerovatnoće.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.2

Ključni sadržaji

- Vrste događaja. Pojam definicije vjerovatnoće.
- Operacije s događajima i pripadnim vjerovatnoćama.
- Uslovna vjerovatnoća. Totalna vjerovatnoća. Složena vjerovatnoća.
- Bayesova formula.
- Slučajne promjenljive.

<ul style="list-style-type: none"> • Zakon raspodjele; binomna raspodjela vjerovatnoće. • Matematičko očekivanje. • Disperzija. Standardna devijacija. • Zakon velikih brojeva. 	
D.IV.2. Koristi statističke analize i elemente kombinatorike s ciljem evaluacije i prognoze u kontekstu problemskog pitanja.	<ul style="list-style-type: none"> • Ispituje i opisuje osnovne principe prebrojavanja. • Objasnjava i računa permutacije, varijacije i kombinacije. • Povezuje termine vjerovatnoće i kombinatorike. • Koristi elemente matematičke statistike. • Argumentuje moguće ishode u okviru datog problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.2.2
Ključni sadržaji	
	<ul style="list-style-type: none"> • Princip uzastopnog prebrojavanja (Dekartov proizvod skupova). • Permutacije bez ponavljanja i s ponavljanjem. • Varijacije bez ponavljanja i s ponavljanjem. • Kombinacije sa i bez ponavljanja. • Elementi matematičke statistike (populacija, statistički skup).** • Karakteristike statističkog skupa (pokazatelj disperzije, srednje apsolutno odstupanje, varijansa i standardna devijacija).** • Obrada i analiza podataka i rezultata.**
D.IV.3. Formuliše problem te prikuplja, obrađuje, predstavlja i diskutuje dobivene podatke i rezultate istraživanja.**	<ul style="list-style-type: none"> • Identificuje podatke koji se mogu obraditi statističkim metodama. • Klasifikuje podatke. • Predstavlja podatke u odgovarajućim formama prema tipu i sadržaju problema. • Upoređuje podatke prikazane na različite načine. • Analizira rezultate istraživanja.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-4.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> • Primjena statističkih metoda u problemskim situacijama. 	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Poželjno je u uvodnim zadacima vršiti prikupljanje i razvrstavanje podataka (npr. evidentirati visinu svih učenika u odjeljenju), a zatim njihovu analizu, obradu, te prikaz u pogodnom obliku. Posebnu pažnju обратити на pravilno očitavanje podataka datih u nekom obliku, te na njihovo pravilno tumačenje i upotrebu. Koristiti odgovarajuće statističke termine. Upoređivati i procjenjivati povoljne i moguće ishode, sigurne i nemoguće događaje, te predviđati vjerovatnoće nekih događaja. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu. U jednostavnijim slučajevima izračunavati vjerovatnoću nekog događaja pomoći kombinatornih principa i osobina vjerovatnoće. Po mogućnosti izračunati vjerovatnoću događaja da učesnik u nekoj od igara na sreću ostvari siguran dobitak.</p>	
<p>** Navedeni ishod i ključni sadržaji odnose se na matematičko-informatičko izborni područje.</p>	

E/ UČENJE I PODUČAVANJE

Razvijanje konceptualnog znanja kao osnove za matematičko rasuđivanje

Učenje treba da bude osmišljeno tako da učenici uče matematiku sa razumijevanjem, aktivno gradeći nova znanja na osnovu iskustva i predznanja. Pri tome ih treba na izazovan način motivirati da samostalno istražuju i uče. Učenicima nije dovoljno pamtitи matematičke postupke i pojmove izolovano jedne od drugih. Naime, malo je vjerovatno da će ih učenici moći funkcionalno primijeniti ako ne razumiju širu sliku zašto nešto rade i kako su sadržaji povezani. Cilj bi trebao biti pomoći učenicima da izgrade bogate, međusobno povezane mreže znanja. Učenici bi trebali uočavati povezanost matematičkih ideja, umjesto da na njih gledaju kao zasebne i isključne ideje. Na primjer, nastavnici bi trebali postavljati pitanja i iznositi probleme koji pomažu učenicima da vide kako su razlomci, decimalni brojevi i procenti povezani jedni s drugima. Suprotno tome bi bilo bavljenje razlomcima, decimalnim brojevima i procentima u odvojenim poglavljima i učenicima ne bi bila skrenuta pažnja na činjenicu da se oni često koriste kao različiti prikazi istih veličina. Radi ostvarivanja ovog cilja nužno je u nastavi dosljedno primjenjivati princip sistematičnosti i postupnosti (npr. od poznatog ka nepoznatom, od lakšeg ka težem, od jednostavnog ka složenom) te se pridržavati i drugih principa nastave matematike. Dublje razumijevanje se može podsticati i kroz iskustveno učenje, korištenje efektivnih vizualizacija i projekte smještene u autentične kontekste. Konačan rezultat kod učenika treba da bude takav da matematiku doživljavaju kao koherentno znanje, sastavljeno od međusobno povezanih pravila, postupaka i zakonitosti, primjenljivo u stvarnom životu.

Povezivanje znanja iz matematike i drugih obrazovnih područja

Učenici najbolje uče i bolje razumiju ono o čemu uče kada gradivo mogu povezati s prethodnim učenjem i/ili s različitim područjima učenja. Matematičku pismenost razvijamo upotrebom primjerenog izbora zadatka kroz povezivanje oblasti matematike sa sljedećim obrazovnim područjima:

Jezik i komunikacija

Matematika je razrađena mreža pojmove, tvrdnji i postupaka. Ona je i stalni napor da se postigne tačan iskaz u kojem se razvija sposobnost argumentovanja, raspravljanja, kritiziranja, prosuđivanja kao i unapređivanja jezičkog izražavanja. Učenici obrazlažu i dokazuju tvrdnje, narativno objašnjavaju rješenja problema, kreiraju matematičke časopise, itd.

Priroda i geografija

Matematička znanja su često preduvjet za proučavanje pojava i zakonitosti kako u prirodi tako i u raznim nastavnim predmetima kao što je npr. STEM grupa predmeta (fizika, hemija, biologija, geografija, osnovi tehnike, tehnička kultura, informatika, matematika). Kako bi planirali i organizovali putovanja učenici će saznati na koji način su povezani razmjera na karti i stvarna udaljenost između tačaka, čitati koordinate mreže i pronalaziti mjesta na karti pomoću geografske širine i dužine i sl. Istražiti vrijeme trajanja raspada određenih radioaktivnih elemenata, veličinu bakterija i virusa koristeći negativne eksponente, tačku ključanja i smrzavanja tekućina i/ili čvrstih tvari, temperature planeta i udaljenost između njih su samo neki od zadataka u kojima matematika nalazi primjenu u ovom području.

Zdravlje i sport

Neki zdravstveni i sportski fenomeni mogu se opisati koristeći se matematičkim jezikom i tako približiti učenicima. Matematika pomaže razumjeti kako ljudsko tijelo funkcioniše i šta ga održava zdravim kroz mjere u ishrani, proporcije tijela, stope cijepljenja, itd. Može se i stimulisati iznalaženje vlastitih rješenja kroz pitanja npr. kako Pitagorinu teoremu može pomoći u penjanju, koliko roniocu traje boca sa kiseonikom na dubini od 20 m, itd.

Nove tehnologije i digitalizaciju

Nove tehnologije i digitalni alati omogućavaju novi pristup matematičkim terminima i procesima. Primjena računara može biti korisna u sljedećim situacijama: kada se koriste za računanje, vježbu i praktični rad te provjeru rezultata, kada smanjuju kognitivno „opterećenje“ učenika kako bi se oni mogli posvetiti drugim, višim matematičkim pojmovima i kada se koriste u pedagoške svrhe u kojima trebaju biti važan dio procesa učenja i podučavanja.

Kreativnost i dizajn

Matematika kao stroga deduktivna nauka ima i svoju induktivnu stranu. Eksperimentisanjem sa novim zadacima, iznalaženju mogućih rješenja učenici se osposobljavaju da razmišljaju i djeluju na originalan i kreativan način. Koristeći se modelima raznih geometrijskih oblika učenici mogu praviti replike poznatih svjetskih građevina i/ili sklapati sopstvene.

Ljudi i društvo

Učenici se povezuju sa društvom u kojem žive, zapažaju, analiziraju i stvaraju sopstveno mišljenje. Matematika igra važnu ulogu u mnogim područjima života kao što su finansije, medicina, sociologija i sl.

Integracija matematike u različita područja utiče da učenici razmišljaju o „stvarnom svijetu“ i o tome zašto se stvari događaju, pružajući im praktičan pristup učenju i korištenju matematike čineći je zabavnom i zanimljivom. Time učenici stiču širinu i spoznaju značaj primjene matematike, što im omogućava razvoj novih ideja i vještina, te produbljivanje postojećih.

Nastavne metode koje podstiču motivaciju učenika

Podučavanje matematike treba da podstiče motivaciju učenika za aktivno učestvovanje u procesu učenja. Ukoliko su nastavne metode i zadaće zanimljive, raznovrsne i povezane sa svakodnevnim životom kao i sa iskustvima iz drugih nastavnih predmeta, one će uticati na pozitivne stavove prema matematici. Učenje i podučavanje se moraju odvijati u stimulativnom okruženju, odnosno okruženju u kojem će učenici slobodno iznositi svoje vlastito mišljenje te u kojem će se njihove ideje cijeniti i vrednovati. Učenje i podučavanje treba biti bazirano na problemskom učenju, gdje će se problemi sa kojima se učenici susreću koristiti kao sredstva sticanja traženog znanja odnosno, istraživačkom radu u kojem se problemi vežu za učeničke interese čime će se povećati njihova motivacija, aktivnom učenju koje učenike podstiče na učenje kroz rasprave, projektni rad koristeći se npr. eTwinning platformom, vježbe i druge načine koji im pomažu u promišljanju i objašnjavanju vlastitog procesa učenja matematike. Aktivno učenje i kritičko mišljenje se mogu navesti kao primjeri dobre prakse za razvijanje „komuniciranja u matematici“ kao jedne od predmetno specifičnih kompetencija. Da bi nastava matematike bila djelotvorna i zanimljiva koristiti se kooperativnim ili aktivnim nastavnim metodama npr. KWL tabela, Slagalica, Misli–spari–razmijeni, Mapa uma, Aktiviranje učeničkih iskustava, Poveži s drugim predmetima, Promijeni pristup, INSERT (Interactive Noting System for Effective Reading and Thinking) i dr.

Razlike u osnovnoškolskom i gimnazijskom pristupu nastavi matematike

Induktivni pristup podučavanja matematike dominira u razrednoj nastavi, dok se u predmetnoj nastavi osnovne škole koristi kombinacija induktivnog i deduktivnog pristupa podučavanja. Nasuprot njima u srednjoj školi je zastavljen deduktivni pristup, čime se srednjoškolsko podučavanje nastavnog predmeta „približava“ matematici kao nauci.

Idući od 1. razreda osnovne škole prema 4. razredu srednje škole od učenika se očekuje sve veća samostalnost u radu i ozbiljnost u pristupu matematičkim sadržajima, te sve veća sposobnost logičkog mišljenja i optimalnog rješavanja problema kako školskih, tako i onih iz svakodnevnog života. Treba imati na umu da moderno doba donosi nove izazove, te da su stariji učenici zahtjevniji i žele konkretne i zanimljivije primjere na nastavi.

Pri rješavanju zadataka u nižim razredima učenici u savremenoj nastavi matematike, modeliraju problemske situacije koristeći se konkretnim materijalima, crtežima ili dijagramima dok u višim razredima koriste apstraktne matematičke forme.

Individualizacija i diferencijacija nastavnog procesa

U idealnim uslovima nastavnici dopiru do svih svojih učenika pružajući cijelom odjeljenju odgovarajuće iskustvo. No, realno, svi učenici su različiti i svako uči vlastitim tempom, što zahtijeva prilagodbu nastave, odnosno diferencijaciju i individualizaciju nastavnog procesa. Diferencirani oblik nastave treba koristiti za podučavanja grupe učenika. Pri tome je vrlo važno da su grupe fleksibilne, odnosno da nisu isti učenici u istoj grupi za svaku aktivnost ili zadatak.

Individualizovana nastava usmjerenja je na potrebe pojedinog učenika, stoga je ovaj vid podučavanja specifičan. Da bi se nastavni ciljevi i zadaci mogli primijeniti u okviru individualizovane nastave, oni moraju biti jasni i korisni onima koji rade na njihovom postignuću i moraju biti u skladu s jednom od taksonomija. Ovaj vid nastave može se koristiti samostalno ili može biti dio diferencirane nastave.

Individualizovana nastava je korisna kod podučavanja učenika s posebnim potrebama. Pod tim pojmom najčešće podrazumijevamo učenike s teškoćama u razvoju, ali bitno je napomenuti da tu spadaju i nadareni učenici. Pripremanjem programa i materijala, učitelj/nastavnik se rukovodi potrebama učenika i dalje otkriva kome i na koji način prilagoditi nastavni proces. Kod učenika s teškoćama u razvoju bitno je ustanoviti nivo kognitivnih procesa potrebnih za praćenje nastave matematike. Nakon opservacije, a u saradnji sa pedagoško/psihološkom službom pravi se individualizovani obrazovni program prilagođen svakom pojedinom učeniku. Matematika ima širinu koja omogućava da se u okviru svake nastavne jedinice može izdvojiti dio koji učenik može shvatiti i savladati u okviru svojih mogućnosti. Nekim učenicima više odgovara rad koji uključuje geometrijske oblike i pravila, dok se drugi bolje snalaze sa brojevima. Matematika omogućava korespondenciju između takvih, naoko različitih formi, te omogućava učeniku da pojmi i poveže stvari za koje nije mislio da je moguće. Također je važna i vizuelizacija i slikovni prikaz, kako problema koji rješavamo, tako i dijelova novog gradiva. Pri samoj izradi individualizovanog obrazovnog programa najvažnije je postaviti realne zahteve i zadatke u skladu sa kognitivnim nivoom funkcionalisanja učenika.

F/VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULUMU

Vrednovanje

Vrednovanje je sistematično i kontinuirano prikupljanje podataka u procesu učenja i podrazumijeva utvrđivanje nivoa ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda definisanih kurikulumom. Koristi se za gradiranje uspjeha učenika ali i kako bi im se pomoglo da poboljšaju uspjeh. Prilikom planiranja vrednovanja učeničkih postignuća nužno je uvažiti odgojno-obrazovne ishode i ciljeve predmeta.

Cijeli proces vrednovanja moraju pratiti i odgovarajuće metode podučavanja, što znači da sve mora biti međusobno usklađeno. Loš primjer bi bio da se prema nekom odgojno-obrazovnom ishodu očekuje da učenik može nešto analizirati, a da prilikom vrednovanja koristimo zadatke koji očekuju činjenično znanje.

Vrednovanje uključuje praćenje i ocjenjivanje ostvarenosti planiranih odgojno-obrazovnih ishoda. U toku praćenja potrebno je kontinuirano voditi evidenciju o nivou postignuća učenika, a ocjenjivanje najčešće podrazumijeva brojčanu ili opisnu ocjenu na kraju perioda učenja. Svrha vrednovanja je da se utvrdi u kojoj mjeri su ostvareni odgojno-obrazovni ishodi učenja, odnosno da se utvrdi nivo obrazovnih postignuća učenika.

Oblici vrednovanja znanja, vještina i stavova učenika, s obzirom na osobu/instituciju koja provodi vrednovanje, mogu biti:

- vanjsko (eksterno) vrednovanje (npr. matura, PISA, TIMSS),
- unutrašnje (interno) vrednovanje (npr. NZOT),
- samovrednovanje,
- vršnjačko vrednovanje.

S obzirom na svrhu vrednovanja razlikujemo:

- dijagnostičko (inicijalni testovi npr. na početku školske godine),
- formativno (odvija se za vrijeme učenja i podučavanja, a rezultira kvalitativnom povratnom informacijom),
- sumativno (ukupno postignuće).

Prilikom donošenja odluke šta i kako treba vrednovati, potrebno je uzeti u obzir sljedeće:

- vrednovati šta učenik zna i kako razmišlja,
- ažurnost pisanja domaće zadaće,
- pratiti napredak učenika kao sastavni dio nastavnog procesa,
- postavljati zahtjeve koji traže poznavanje i povezivanje više matematičkih pojmoveva i postupaka,
- koristiti različite metode i postupke vrednovanja,
- uključivati i obavezne usmene odgovore i demonstraciju znanja pred tablom,
- pri rješavanju kompleksnih zahtjeva koristi različita pomoćna sredstva.

S druge strane, u ovom kontekstu potrebno je izbjegavati sljedeće:

- vrednovati šta učenik ne zna,
- postavljati zahtjeve koji traže primjenu samo jednog ili dva postupka,
- obraćati pažnju izolovanom poznavanju matematičkih pojmoveva i postupaka,

- koristiti isključivo pisane zadatke i testove,
- vrednovati broj tačno riješenih zadataka na pismenom ili broj tačnih odgovora na testu sa isključivim ciljem da se učeniku dodijeli brojčana ocjena,
- ograničavati korištenje pomoćnih sredstava.

Vrednovanje je neodvojivo od svih aktivnosti koje nastavnik izvodi u učionici. Učinkovito vrednovanje podrazumijeva prikupljanje raznovrsnih informacija do kojih se dolazi u svim fazama učenja i podučavanja, kao i samovrednovanje učenika i vršnjačko vrednovanje, koji su važan segment formativnog vrednovanja. Učenici sami vrednuju svoj rad, prepoznaju greške, odlučuju kako trebaju dalje učiti i sl. Vještina samovrednovanja se razvija tako što nastavnici aktivno uključuju učenike u proces vrednovanja tako što će vrednovati određene zadatke, prezentacije i sl. kako svoje tako i svojih kolega. Učenicima treba jasno objasniti šta se vrednuje u okviru nastavnog predmeta Matematika. Osnovu za vrednovanje čine ciljevi i odgovarajući odgojno-obrazovni ishodi. Za svaki element treba dati obrazloženje kako se vrednuje.

Elementi vrednovanja

Vrednovanje uključuje uravnoteženost upotrebe svih pristupa: dijagnostičkog, formativnog i sumativnog. Usmjereno je ka učenju, razvoju i jačanju učeničkog samopouzdanja te prema njegovanju matematičkih kompetencija. Shodno navedenom, učenička postignuća treba vrednovati kroz sljedeće elemente:

1. Razumijevanje matematičkih pojmoveva, postupaka i tvrdnji

Vrednuje se činjenično znanje, razumijevanje pojmoveva i tvrdnji, analiziranje i ispravno korištenje pravila.

2. Komuniciranje u matematici

Vrednuje se upotreba matematičkih simbola u usmenom i pismenom izražavanju, organizovanje informacije u logičnu cjelinu, predstavljanje podataka koristeći se različitim prikazima, verbalno izražavanje u toku razrednih rasprava koje pomažu razumijevanju, razmjeni ideja, strategija i rješenja.

3. Rješavanje problemskih situacija.

Vrednuje se analiziranje problema, logičko razmišljanje i zaključivanje, modeliranje problemske situacije matematičkim zakonitostima, uspješna primjena odgovarajuće metode za rješavanje problema te provjera rješenja.

Metode vrednovanja

Postoji usmeno i pismeno provjeravanje znanja, a pismene provjere mogu imati pitanja otvorenog tipa i pitanja zatvorenog tipa. Kod pismenih provjera, rezultate je moguće interpretirati na dva načina: kriterijski (unaprijed utvrđeni standardi i kriteriji) i normativno (postignuća učenika procjenjuju se na osnovu postignuća drugih učenika, a ne govori se o stvarnom znanju učenika). Osim pismenog i usmenog provjeravanja znanja, moguće je koristiti i neke druge vidove provjere znanja: projekti (koji nastaju kao rezultat projektne nastave), prezentacije (koje nastaju kao rezultat istraživanja određenih tema), učenički portfolijii (koji nastaju kao zbirka svih materijala na kojim je učenik radio), itd.

Nastavnik sam kreira svoj način vrednovanja tako da on bude u skladu sa odgojno-obrazovnim ishodima učenja, korištenim metodama i strategijama podučavanja. Pitanje/problem za provjeru znanja treba odražavati nivo odgojno-obrazovnih ishoda, što znači da su glagoli iz odgojno-obrazovnog ishoda smjernica za izbor sadržaja. Posebno treba biti oprezan kod kreiranja zadataka za mjerjenje viših nivoa kognitivnih procesa i znanja. Ishode učenja trebaju pratiti odgovarajući kriteriji vrednovanja prema kojima možemo utvrditi da li su ostvareni.

Osim davanja brojčane ocjene, veoma je važno učenicima dati i povratnu informaciju o njihovim postignućima koja uz osvrt na određeni odgojno-obrazovni ishod ističe kako je vrednovanje izvršeno, šta je učenik odlično uradio, na čemu treba raditi i kako će postići uspjeh u tom segmentu/procesu. Kvalitetna povratna informacija omogućava učenicima da svjesno utiču na određene segmente svog učenja, te tako poprave uspjeh. Učenici također prate i regulišu svoje učenje, služe se metodama samovrednovanja i vršnjačkog vrednovanja pomoću rubrika, lista samoprocjene i/ili dnevnikom učenja, pri čemu mogu procjenjivati svoje učenje pomoću istih kriterija kao i nastavnici. U nastavi Matematike u svrhu formativnog vrednovanja koriste se tablice organizovane u tri dimenzije (tri elementa ili kriterija vrednovanja): razumijevanje matematičkih pojmove, postupaka i tvrdnjii, komuniciranje u matematici, te rješavanje problemskih situacija, pri čemu se kvaliteta ostvarenih ishoda učenja vrednuje u četiri nivoa: napredni, srednji, osnovni nivo i potrebna podrška.

G/ PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA

1. OSNOVNA ŠKOLA

a) Razredna nastava

- Nastavu matematike od 1. do 5. razreda mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući fakultet i stekla zvanje:
 - nastavnik/profesor razredne nastave.
- Nastavu matematike od 1. do 5. razreda mogu izvoditi i lica sa završenim:
 - I (prvim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) ili četiri (4) godine (240 ECTS bodova) i koja su stekla akademsku titulu bachelor ili ekvivalent za određenu oblast,
 - II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalenta za određenu oblast,
 - III (trećim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) koja su stekla titulu i naučno zvanje doktora ili ekvivalenta za određenu oblast.
- Uz odobrenje Ministarstva, nastavu matematike u 5. razredu osnovne škole mogu izvoditi i nastavnici/profesori predmetne nastave.

b) Predmetna nastava

- Nastavu matematike od 6. do 9. razreda mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući fakultet:
 - grupa matematika ili gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je to naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi,
 - matematika - opšti smjer primjenjene matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta,
 - matematika - opšti smjer teorijske matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta.
- Nastavu matematike od 6. do 9. razreda mogu izvoditi i lica sa završenim:
 - I (prvim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) ili četiri (4) godine (240 ECTS bodova) i koja su stekla akademsku titulu bachelor ili ekvivalent za određenu oblast,
 - II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalenta za određenu oblast,
 - III (trećim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) koja su stekla titulu i naučno zvanje doktora ili ekvivalenta za određenu oblast.

Lica koja u toku studija nisu polagala ispite iz pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičke grupe predmeta, dužna su ove ispite položiti u roku od godinu dana od dana stupanja na posao nastavnika.

2. GIMNAZIJA

- Nastavu matematike mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući četverogodišnji studij i stekla zvanje:
 - profesor matematike,
 - profesor matematike s fizikom,
 - profesor matematike i informatike,
 - matematika - opšti smjer primijenjene matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta,
 - matematika - opšti smjer teorijske matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta.
- Nastavu matematike mogu izvoditi i lica sa završenim:
 - II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalenta za određenu oblast,
 - III (trećim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) koja su stekla titulu i naučno zvanje doktora ili ekvivalenta za određenu oblast.
- Lica koja u toku studija nisu polagala ispite iz pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičke grupe predmeta, dužna su ove ispite položiti u roku od godinu dana od dana stupanja na posao nastavnika.

