



**Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
ZENIČKO-DOBOSKI KANTON
MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE, NAUKU, KULTURU I SPORT**

KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA NACRTNA GEOMETRIJA

ZA GIMNAZIJE

Zenica, juni 2023.



**Bosna i Hercegovina
Federacija Bosne i Hercegovine
ZENIČKO-DOBOSKI KANTON
MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE, NAUKU, KULTURU I SPORT**

KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA

NACRTNA GEOMETRIJA

ZA GIMNAZIJE

Zenica, juni 2023.

Kurikulum nastavnog predmeta Nacrtna geometrija za gimnazije

Izdavač: Ministarstvo za obrazovanje, nauku, kulturu
i sport Zeničko-dobojskog kantona

Za izdavača: Draženka Subašić, ministrica

Voditeljica Stručnog tima:
Aida Salkić, direktorica Pedagoškog zavoda Zenica

Grupa za izradu predmetnog kurikuluma:
Edin Tabak, MA voditelj
mr.sc. Aldiana Nuhanović, koordinatorica
Aida Kršić, prof., član
Samir Kovačević, prof., član
Benijamin Dendić, prof., član

Recenzent:
prof.dr. Karmelita Lipovača-Pjanić

Tehnička priprema i uređenje:
Pedagoški zavod Zenica

SADRŽAJ

A/ OPIS PREDMETA	4
B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA	5
C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA	6
D/ ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI	9
GIMNAZIJA	9
 4. razred gimnazije	9
E/ UČENJE I PODUČAVANJE	30
F/ VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULUMU	32
G/ PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA	34

A/ OPIS PREDMETA

Nacrtna geometrija je nauka o egzaktnim metodama koje omogućavaju prikazivanje figura trodimenzionalnog prostora u dvodimenzionalnoj ravni i rješavanje prostornih problema u ravnini konstruktivno-geometrijskim putem. Nacrtna geometrija omogućava razmatranje unutrašnje strukture i metričkih osobina prostornih objekata te postupaka rješavanja određenih prostornih problema. Ona potiče razvijanje intelektualnih sposobnosti učenika za prostornu percepciju jer samo ovladavanje tehnikom crtanja nije glavni cilj nacrne geometrije. Glavne ciljeve nacrne geometrije, zamišljanje i analiziranje trodimenzionalnih objekata, utvrdio je njen tvorac Gaspard Monge. Sposobnost prostorne vizuelizacije se kroz ovaj nastavni predmet razvija prostoručnim crtanjem, konstruisanjem pomoću geometrijskog pribora i primjenom računarskih softvera. Opšti cilj kurikuluma predmeta Nacrtna geometrija je razviti kod učenika gimnazijskih programa znanja, vještine i stavove potrebne za uspješan život, nastavak učenja i napredovanje u savremenom društvu. Razvijanje prostornog mišljenja i prostornog zora vrlo je kompleksno pa je poticajno učinkovito primjenjivati savremenu tehnologiju. Učenjem sadržaja ovog predmeta, unutar kojih se razvijaju prostorno i geometrijsko mišljenje i kompetencije neophodne za savremeno obrazovanje tehničkih područja, učenici će:

- efikasno koristiti projekcije prostornih objekata kao prikaze i znati odrediti projekcije prostornih objekata,
- razviti apstraktno i prostorno mišljenje i logičko zaključivanje kroz rješavanje prostornih problema i njihovu primjenu u različitim kontekstima, uključujući i svakodnevnicu,
- razumjeti osnovne principe konstruktivnog rješavanja problema,
- efikasno primijeniti tehnologiju radom u računarskim programima (2D i 3D).

Smatra se da nacrtna geometrija aktivira i lijevu i desnu stranu mozga, tj. povezuje analitičko mišljenje s umjetnošću i razvija mentalne procese poboljšavajući kreativne sposobnosti učenika i povećavajući njihove intelektualne kapacitete.

Predmetno-specifične kompetencije koje se razvijaju kod učenika su:

- prihvatanje prostornih objekata iz datih glavnih pogleda,
- razlikovanje posebnih pogleda,
- dobijanje uvida u raznolikost geometrijskih oblika i razvoj geometrijskog mišljenja.

Prve dvije kompetencije su toliko fundamentalne da mnogi kasnije zaboravljaju koliko su teško morali raditi kako bi ih stekli. Praktična primjena nacrne geometrije je u svim područjima u kojima se trebaju precizno i tačno nacrtati razni objekti u prostoru te je temelj u obrazovanju inžinjera i ima široku primjenu u arhitekturi, građevini, mašinstvu, geografiji (kartografiji), astronomiji, medicini, slikarstvu,...

Nacrtna geometrija pripada matematičkom odgojno-obrazovnom području koje je jedno od osam područja definisanih Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa definisanih na ishodima učenja. Učenje i podučavanje u nacrtnoj geometriji treba da se temelji na već postojećem znanju iz matematike. Usvojeni sadržaji učenicima omogućavaju pristup naučnim i tehničkim dostignućima, razvijanje vještina pojedinca i ostvarivanje vlastitih potencijala kako bi u budućnosti ti mlađi ljudi aktivno učestvovali u društvenoj zajednici.

Nacrtna geometrija je redovan predmet koja se izučava u četvrtom razredu gimnazije i to na matematičko-informatičkom izbornom području.

B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA

1. Primijeniti matematički jezik u usmenom i pismenom izražavanju, oblikovanju, analizi i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkom kontekstu i stvarnom životu.
2. Samostalno i u saradničkom okruženju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem i dokazivanjem prepostavki, postupaka i tvrdnji.
3. Rješiti problemske situacije odabirom relevantnih postupaka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz efikasnu upotrebu odgovarajućih alata i tehnologije.
4. Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito.
5. Prepoznati historijsku, kulturnu i estetsku vrijednost nacrte geometrije u nauci, kulturi i tehnologiji.

C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA

Oblasna struktura predmetnog kurikuluma Nacrta geometrija obuhvata četiri domene/koncepta/područja. Svako područje se sastoji od nekoliko tematskih cjelina što ukupno čini osam tematskih (nastavnih) cjelina:

A. Projekcije

- Ravan
- Prostor
- Projekcije

B. Prikazivanje prostornih objekata

- Mongeova metoda projekcije
- Geometrijska tijela
- Projekcije ravni

C. Položaj u prostoru

- Položajni zadaci

D. Mjerenja u prostoru

- Metrički zadaci.

A. Projekcije

Unutar tematskih cjelina Ravan, Prostor i Projekcije, učenici će steći osnovna znanja vezana za odnose elemenata u ravni, preslikavanja u ravni, neke bitne ravanske konstrukcije kao što su konstrukcije pravilnih mnogouglova, tangenta kružnice i četiri karakteristične tačke trougla. Učenici će steći znanja o međusobnom odnosu elemenata u prostoru i preslikavanjima prostora i upoznati prostorni koordinatni sistem. Takođe će upoznati neke vrste projekcija i naučiti posmatrati objekte kroz njihove projekcije što znatno pridonosi razvoju prostornog zora i mišljenja. Cijelom se temom provlači primjena geometrijskog programa koji će učenicima omogućiti brže i bolje razumijevanje ravanskih i prostornih odnosa medu objektima.

B. Prikazivanje prostornih objekata

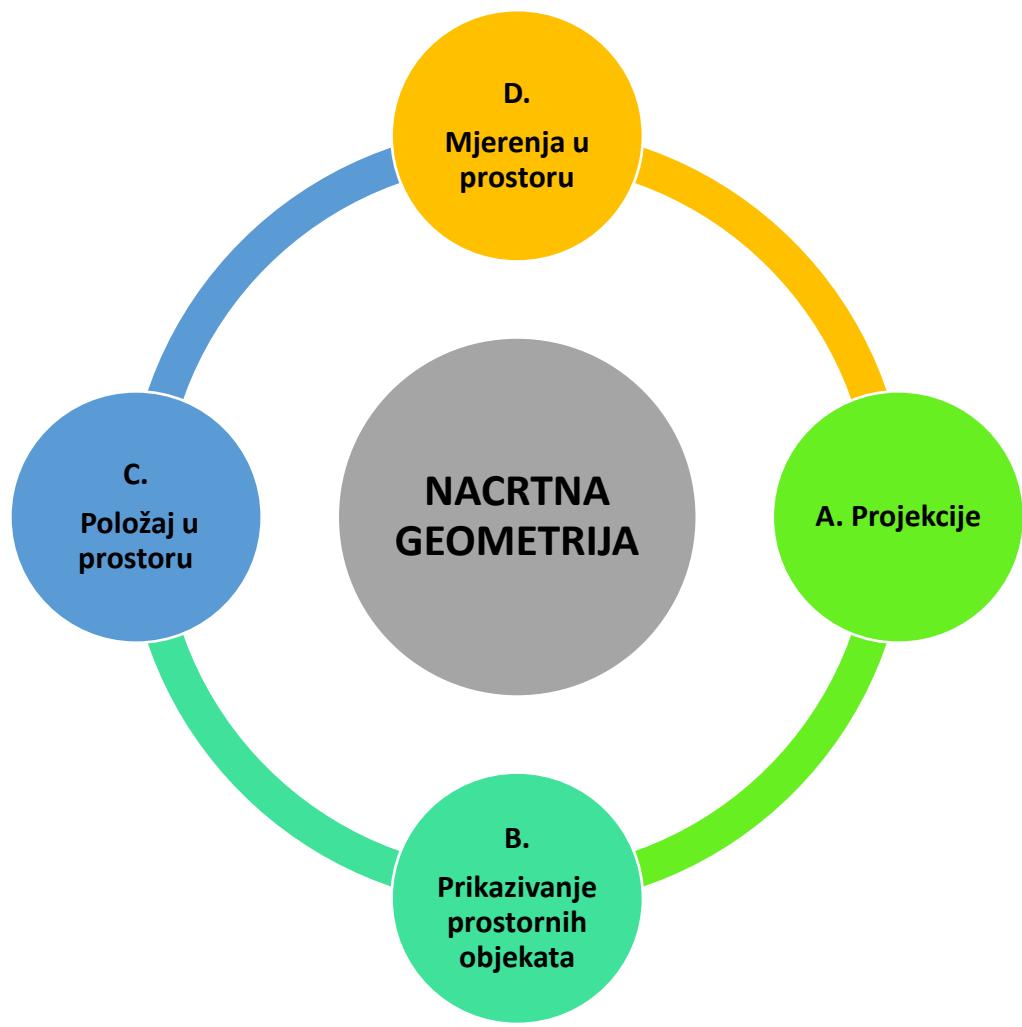
Tematske cjeline Mongeova metoda projiciranja, Geometrijska tijela i Projekcije ravni upoznaju učenike s Mongeovom metodom. Pomoću Mongeove metode koja prostorni objekat projicira na dvije međusobno okomite ravni, učenici će steći osnovna znanja i vještine iz nacrte geometrije. Učenici će projicirati tačku i pravu, upoznati bokocrtnu ravan, projicirati likove paralelne s jednom od ravni projekcije, konstruisati tijela koja su u posebnom položaju pomoću aksonometrije i Mongeove metode i modelirati geometrijska tijela pomoću softvera. Učenik će prikazivati ravan pomoću projekcija istaknutih pravih te ravni i određivati će projekcije tačke u zadanoj ravni i na zadanim geometrijskim tijelima.

C. Položaj u prostoru

Pomoću aksonometrije, Mongeove metode i softvera učenici će rješavati zadatke u kojima se određuje npr. presjek dvije ravni, probodište prave i ravni, presjek kocke ravninom, presjek rogljastog tijela ravninom. Neke će zadatke rješavati samo pomoću softvera, npr. probodište prave i rogljastog tijela.

D. Mjerenja u prostoru

Pomoću već izvježbanih metoda učenici će rješavati određene geometrijske probleme poput određivanja prave veličine duži ili lika, udaljenost tačke od prave ili udaljenost tačke od ravni, upoznat će pojam bokocrtka i pomoću njega rješavati određene probleme. Primjena softvera i ovu će temu učenicima učiniti zanimljivom.



Oblasna struktura predmetnog kurikuluma Nacrtna geometrija

U nastavku slijedi dio koji se odnosi na odgojno-obrazovne ishode koji su okosnica predmetnog kurikuluma Nacrtna geometrija i razrađeni su za svaku od četiri oblasti (domene) na kojima se temelji: A/ Projekcije, B/ Prikazivanje prostornih objekata, C/ Položaj u prostoru i D/ Mjerena u prostoru.

Odgojno-obrazovni ishodi pomažu nastavnicima u praćenju napretka učenika i u vrednovanju učeničkih postignuća. Tokom pripremanja procesa učenja i podučavanja nastavnik treba povezati odgojno-obrazovne ishode sa sadržajima navedenim u kurikulumu i metodama podučavanja.

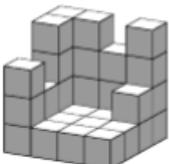
U tabelama su odgojno-obrazovni ishodi označeni šiframa. Skraćenice poput A.IV.1. ili B.IV.3. i sl. označavaju redom: oblast kojoj ishod pripada (A/ Projekcije, B/ Prikazivanje prostornih objekata, C/ Položaj u prostoru, D/ Mjerena u prostoru), godinu podučavanja predmeta (IV.- četvrti razred u gimnaziji), te redni broj odgojno-obrazovnog ishoda koji se podučava u sklopu navedene oblasti (1.- prvi ishod, 2. - drugi ishod, ...).

Skraćenice MTP-3.1.1. ili MTP-3.1.4. označavaju poveznice sa Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa za matematičko područje definiranoj na ishodima učenja, odakle su ishodi dijelom ili u potpunosti preuzeti.

D/ ODGOJNO-OBJAZOVNI ISHODI

GIMNAZIJA

4. razred gimnazije /60 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Projiciranje	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.IV.1. Matematički argumentuje geometrijske odnose u ravni i prostoru.	<ul style="list-style-type: none"> Analizira karakteristike i osobine dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih geometrijskih oblika. Analizira odnose tačaka, pravih i ravni u zadanim primjerima. Zadane elemente crta prostom rukom. Koristi geometrijski model pri rješavanju problema.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
Zadavanje prave u ravni. Međusobni odnos pravih u prostoru. Međusobni odnos prave i ravni u prostoru.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadatak: Napiši koliko se različitih pravih (pravaca) može nacrtati kroz dvije različite zadane tačke ravni. Rješenje: 1 Zadatak: Napiši i skiciraj koliko se različitih pravih može nacrtati kroz tri tačke ravni. Rješenje: Ako su zadane tačke kolinearne, postoji samo jedana takva prava. Ako su zadane tačke nekolinearne, postoje tri takve prave. Zadatak: Pomoću crteža (modela) kvadra ABCDEFGH ispiši sve prave mimoilazne pravoj AB. Rješenje: CG, DH, FG, EH, FC, ED, FD, EC, CH, DG, FH, EG. Zadatak: Kockasti blok (4 x 4 x 4) potrebno je popuniti jediničnim kockicama. Koliko kockica nedostaje kako bi se popunio cijeli blok?	<p>Zadatak: Napiši koliko se različitih pravih (pravaca) može nacrtati kroz dvije različite zadane tačke ravni. Rješenje: 1 Zadatak: Napiši i skiciraj koliko se različitih pravih može nacrtati kroz tri tačke ravni. Rješenje: Ako su zadane tačke kolinearne, postoji samo jedana takva prava. Ako su zadane tačke nekolinearne, postoje tri takve prave. Zadatak: Pomoću crteža (modela) kvadra ABCDEFGH ispiši sve prave mimoilazne pravoj AB. Rješenje: CG, DH, FG, EH, FC, ED, FD, EC, CH, DG, FH, EG. Zadatak: Kockasti blok (4 x 4 x 4) potrebno je popuniti jediničnim kockicama. Koliko kockica nedostaje kako bi se popunio cijeli blok?</p>  <p>Rješenje: Nedostaje 30 kockica.</p>
AIV.2. Primjenjuje geometrijske transformacije pri analizi matematičkih situacija i konstrukciji geometrijskih likova.	<ul style="list-style-type: none"> Opisuje preslikavanja izvedenih translacijom, rotacijom, osnom simetrijom, centralnom simetrijom i homotetijom na konkretnim primjerima. Konstruiše konkretni objekt primjenom transformacija ravni klasičnim postupkom (olovkom na papiru). Analizira problem crtanjem slobodnom rukom. Koristi geometrijska svojstva i transformacije prostora kod rješavanja problema. Rješava zadatke korištenjem softvera.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.4

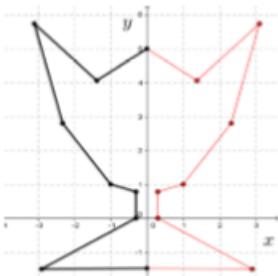
Ključni sadržaji

Dvije ravni u prostoru.

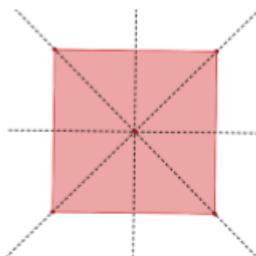
Primjena translacije, osne simetrije, rotacije oko prave i homotetije.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Konstruiši drugu polovinu zadanog lika ako mu je y-osa os simetrije.

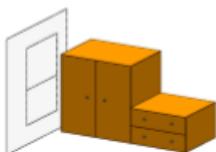


Zadatak: Odredi simetrije u kvadratu.

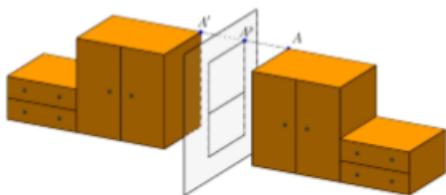


(Osna simetrija i centralna simetrija)

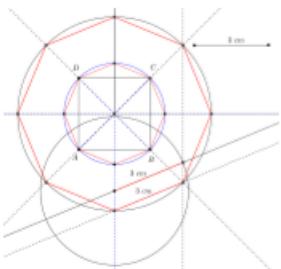
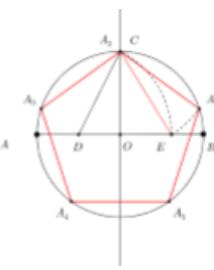
Zadatak: Na donjoj slici je prikazan ormari i ravnina paralelna s njegovom bočnom stranom. Konstriši zrcalno simetričnu sliku ormara obzirom na datu ravan i ukratko objasni konstrukciju.

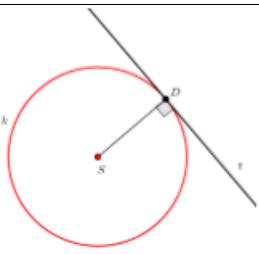


Rješenje:



Spojnica točke i njezine slike okomita je na ravninu zrcaljenja, a udaljenost točke od ravnine zrcaljenja jednaka je udaljenosti slike točke od ravnine zrcaljenja, tj.
 $d(A, A') = d(A', A')$.

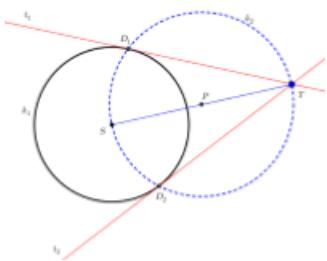
AIV.3. Konstruiše pravilne mnogouglove.	<ul style="list-style-type: none"> Konstruiše mnogouga zadan poluprečnikom opisane kružnice. Konstruiše mnogouga zadan stranicom primjenom sličnosti. Konstruiše mnogouga pomoću softvera.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
Konstrukcija pravilnog trougla, četverougla, petougla, šestougla, osmougla, desetougla.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadatak: Konstruiši pravilni osmougao stranice dužine 3 cm. Rješenje:	
Zadatak: Konstruiši pravilni petougao upisan u kružnicu poluprečnika 5 cm. Rješenje:	
A.IV.4. Konstruiše tangentu kružnice.	<ul style="list-style-type: none"> Primjenjuje osnovna svojstava kružnice i pravca koji je dodiruje. Konstruiše tangente korištenjem geometrijskog pribora. Konstruiše tangente pomoću softvera.
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
Konstrukcija tangente kružnice.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadatak: Konstruiši tangentu na datu kružnicu u zadanoj tački kružnice. Rješenje:	



Zadatak: Iz zadane tačke T van kružnice konstruiši tangentu na tu kružnicu.

Koliko je tangenti moguće konstruisati?

Rješenje:



Rješenje: 2

A.IV.5. Konstruiše četiri karakteristične tačke trougla.

- Primjenjuje pojmove simetrala duži, simetrale ugla, visine, ortocentra, težišta, središta trougla opisane kružnice i središta trougla upisane kružnice.
- Konstruiše karakteristične tačake trougla.
- Crta Eulerov pravac.

Poveznice sa ZJNPP

MTP-3.1.1

Ključni sadržaji

Konstrukcija simetrale duži i simetrale ugla.

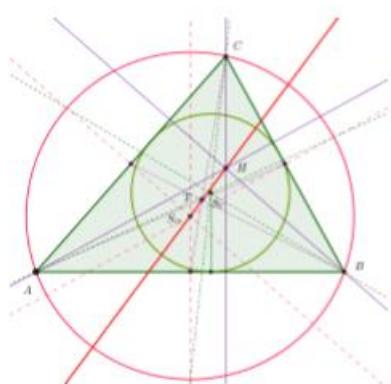
Konstrukcija težišta, ortocentra, središta trougla upisane i opisane kružnice.

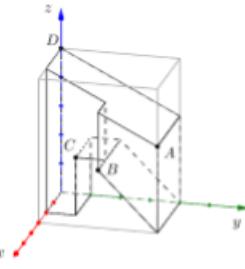
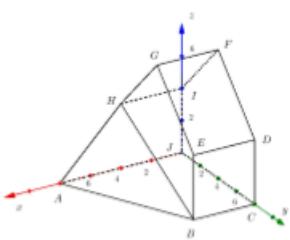
Eulerov pravac.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Konstruiši četiri karakteristične tačke trougla sa stranicama duljina 4 cm, 6 cm i 7 cm.

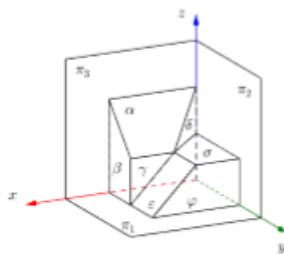
Rješenje:



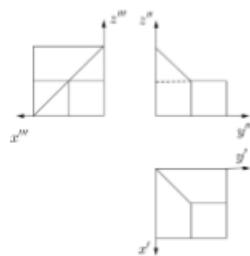
<p>A.IV.6. Predstavlja prostorne odnose upotrebom koordinatne geometrije.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Razlikuje lijevi i desni pravougli koordinatni sistem. Konstruktivno prikazuje desni pravougli koordinatni sistem primjenom aksonometrijske metode (određivanje koordinata tačke nacrtane u koordinatnom sistemu, prikazivanje tačke u koordinatnom sistemu, određivanje ortogonalnih projekcija tačke na koordinatne ravni u prostoru).
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.3
Ključni sadržaji	
<p>Položaj tačke u trodimenzionalnom koordinatnom sistemu. Položaj pravca i ravnine u trodimenzionalnom koordinatnom sistemu.</p>	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Zadatak: Odredi koordinate tačaka A, B, C i D objekta smještenog u kvadar dimenzija 30x40x50.</p>	
	
<p>Rješenje: $A(30, 40, 30)$, $B(0, 10, 0)$, $C(20, 10, 20)$, $D(0, 0, 50)$.</p>	
<p>Zadatak: Pročitaj koordinate datih tačaka na zadanoj aksonometrijskoj projekciji jednog objekta.</p>	
	
<p>Rješenje: $A(8, 0, 0)$, $B(4, 8, 0)$, $C(0, 8, 0)$, $D(0, 8, 4)$, $E(4, 8, 4)$, $F(0, 4, 8)$, $G(4, 4, 8)$, $H(4, 0, 4)$, $I(0, 0, 4)$, $J(0, 0, 0)$.</p>	
<p>A.IV.7. Crta glavne projekcije i kosoaksonometrijske slike objekata.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Razlikuje koso i ortogonalno projiciranje. Prikazuje objekat u kosoj aksonometriji. Crta tlocrt, nacrt i bokocrt rukom na papiru.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
<p>Prikaz objekata u kosoj aksonometriji. Konstrukcija tlocrte, nacrte i bokocrte slike datog objekta.</p>	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Konstruiši tlocrtnu, nacrtnu i bokocrtnu sliku datog objekta.



Rješenje:



Oblast: B/ Prikazivanje prostornih objekata

Ishod učenja	Razrada ishoda
B.IV.1. Konstruktivno prikazuje desni koordinatni sistem Mongeovom metodom.	<ul style="list-style-type: none"> Prepoznaće položaj tačke u prostoru u odnosu na kvadrante. Konstruktivno prikazuje prostorne koordinate tačke Mongeovom metodom.
Poveznice sa ZJNPP	

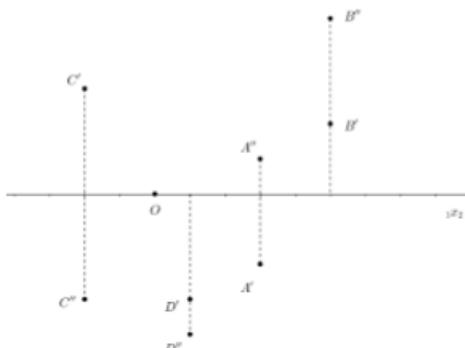
Ključni sadržaji

Projekcije tačke Mongeovom metodom.

Preporuke za ostvarenje ishoda

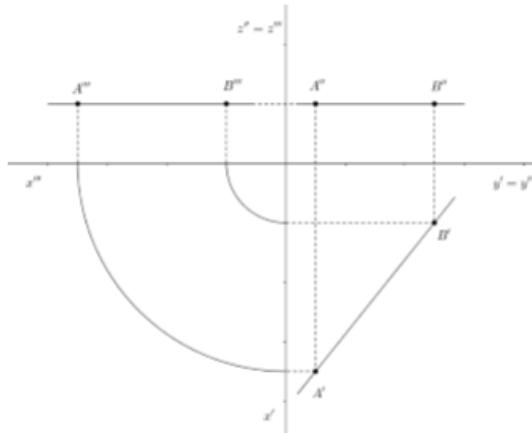
Zadatak: Odredi tlocrt i nacrt tačaka A(2, 3, 1), B(2, 5, 5), C(3, 2, 3), D(3, 1, 4) pomoću Mongeove metode.

Rješenje:



<p>B.IV.2. Crta tlocrt i nacrt prave.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Određuje položaja prave obzirom na tlocrtnu i nacrtnu ravan. Određuje međusobni odnos dvije prave u prostoru. Skicira problem. Crta tlocrt i nacrt prave pomoću Mongeove metode. Određuje prvi i drugi prođor. Crta tlocrt i nacrt duži pomoću Mongeove metode.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
Projekcije prave Mongeovom metodom.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadatak: Nacrtajte tlocrt i nacrt prave AB i odredite njene prodore ako je A(3, -4, 4), B(-1, 2, -4).	
Rješenje:	
<p>B.IV.3. Crta bokocrt tačke, duži i prave.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Određuje bokocrt tačke kao ortogonalne projekcije na bokocrtnu ravan. Crta bokocrt duži. Crta bokocrt prave. Određuje položaj prave prema tlocrtnoj, nacrtnoj i bokocrtnoj ravni.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
Određivanje bokocrta tačke, duži i prave.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadatak: Napiši u kojem je položaju prava $p = AB$ prema tlocrtnoj, nacrtnoj i bokocrtnoj ravni ako je A(7, 1, 2), B(2, 5, 2). Nacrtaj tu pravu.	

Rješenje: Pravac p je paralelan s tlocrtnom ravninom, a nacrtnu i bokocrtnu ravni probada.



B.IV.4. Konstruiše projekcije likova paralelnih s jednom od ravni projekcije.

- Analizira položaje duži ili zadanog lika obzirom na ravni projekcije.
- Prostom rukom crta problem.
- Utvrđuje što je projekcija date duži obzirom na njen položaj.
- Izvodi projekcije krajnjih tačaka duži ili vrhova zadanog lika (ili središta kružnice).
- Crta projekcije likova.
- Analizira koje se duži projiciraju u pravoj veličini.

Poveznice sa ZJNPP

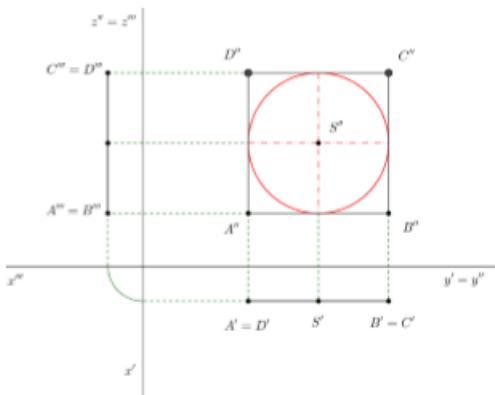
Ključni sadržaji

Konstrukcija tlocrta, nacrta i bokocrta likova koji su paralelni s jednom od ravni projekcije.
Konstrukcija prvog i drugog prodora prave.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Konstruiši projekcije kvadrata dužine stranice 4 i njemu upisane kružnice ako je kvadrat paralelan s π_2 , dvije su njegove stranice okomite na π_1 , a njegov donji lijevi vrh je $A(1, 3, 1.5)$.

Rješenje:



<p>B.IV.5. Konstruiše tlocrt, nacrt i bokocrt geometrijskog tijela u posebnom položaju.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Iskazuje osnovna svojstava geometrijskih tijela. • Crta zadano geometrijsko tijelo Mongeovom metodom, u kosoj aksonometriji, u kosoj projekciji i prostom rukom. • Određuje projekcije vrhova zadanog geometrijskog tijela ili središta baze obloga tijela. • Crta projekcije geometrijskih tijela.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	
Ključni sadržaji	
<p>Konstrukcija tlocrta, nacrta i bokocrta geometrijskih tijela koja su u posebnom položaju obzirom na jednu ravanprojekcije.</p>	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Zadatak: Konstruisati tlocrt, nacrt i bokocrt pravilne četverostrane prizme ABCDA1B1C1D1 s bazom ABCD u ravnini Π_3 i visinom 5 ako su zadani vrhovi A(2,0, 1), B(1, 0, 3).</p>	
<p>Rješenje:</p>	
<p>B.IV.6. Modelira geometrijska tijela u programu GeoGebra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Skicira zadano geometrijsko tijelo. • Analizira različite metode crtanja geometrijskih tijela. • Modelira geometrijska tijela pomoću različitih transformacija prostora u programu Geogebra. • Komentira druge načine modeliranja istog geometrijskog tijela.
<p>Poveznice sa ZJNPP</p>	
Ključni sadržaji	
<p>Izrada modela npr. oktaedra, zvjezdastog poliedra, ...</p>	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Zadatak: Modeliraj oktaedar tako da modeliraš kocku, odrediš središta njegovih strana pa kreiraš oktaedar čiji su to vrhovi.</p>	

Rješenje:



B.IV.7. Crta tragove zadane ravni.

- Crta tragove zadane ravni kao presječnicu zadane ravni s ravni projekcije.
- Određuje tragove ravni paralelnih ili okomitih na neku od ravni projekcije.

Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

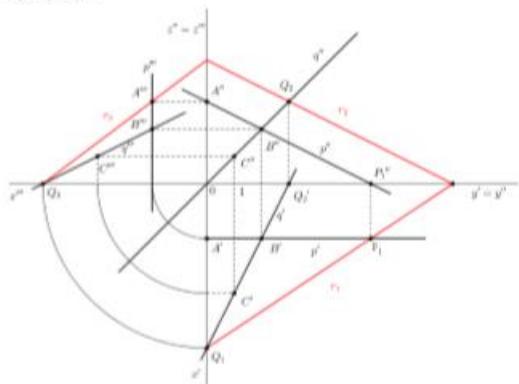
Zadavanje ravni njezinim tragovima.

Određivanje tragova ravni u osobitom položaju prema nekoj od ravni projekcije.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Nacrtaj tragove ravni zadane trima tačkama A(2, 0, 3), B(2, 2, 2), C(4, 1, 1) primjenom Mongeove metode.

Rješenje:



B.IV.8. Povezuje projekcije tačke i prave koje leže u istoj ravni.

- Crta priklonici i sutražnicu zadane ravni.
- Određuje tlocrt ili nacrt tačke koja leži u zadanoj ravni.
- Crta tragove ravni ako su zadani tačka i prava koji leže u toj ravni.

Poveznice sa ZJNPP

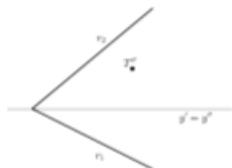
Ključni sadržaji

Projekcije sutražnice 1. i 2. skupine.

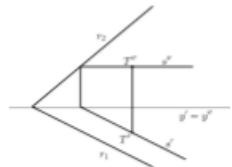
Projekcije priklonice 1. i 2. skupine.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredi tlocrt tačke T koja leži u ravni ρ zadanoj tragovima r_1 i r_2 ako je zadan nacrt tačke T.



Rješenje:



B.IV.9. Određuje projekcije tačke koja leži na geometrijskom tijelu.

- Analizira probleme crtajući prostom rukom.
- Crta projekcije geometrijskih tijela.
- Određuje tlocrt, nacrt i bokocrt tačke koja leži na geometrijskom tijelu koristeći pomoćne duži koje sadrže tačku i leže na strani geometrijskog tijela.

Poveznice sa ZJNPP

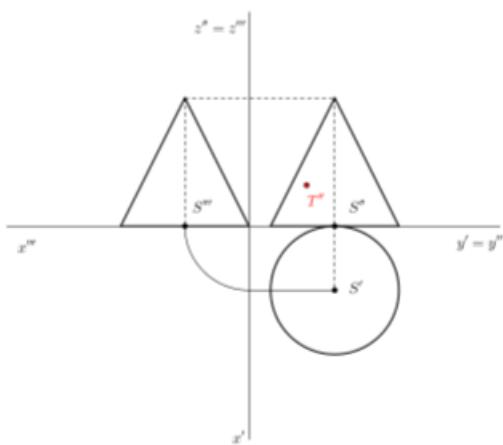
Ključni sadržaji

Projekcije tačke koja pripada zadanoj ravni.

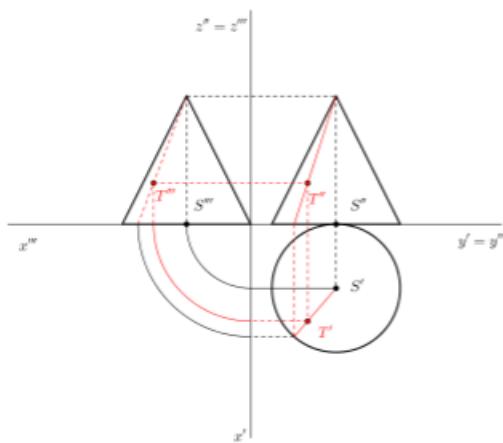
Projekcije tačke koja leži na zadanim geometrijskim tijelima.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Zadana je kupa s bazom u ravnini Π_1 . Odredi projekcije tačke T koja leži na prednjem dijelu omotača/plašta kupe.



Rješenje (Zadatak se može riješiti metodom pomoćne kružnice ili metodom pomoćne izvodnice):



Oblast: C/ Položaj u prostoru

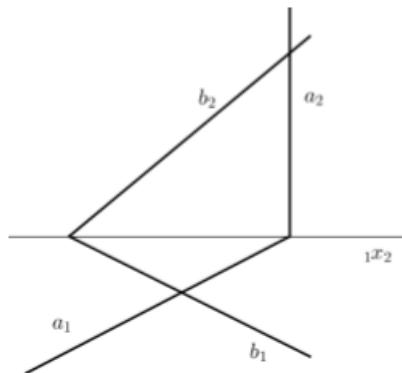
Ishod učenja	Razrada ishoda
C.IV.1. Konstruiše presječnicu dviju ravni.	<ul style="list-style-type: none"> • Iskazuje pojam presječnice. • Određuje sjecišta tragova zadanih ravnih. • Analizira problem s obzirom na položaje zadanih ravnih. • Određuje presječnice dviju ravnih u općem položaju. • Određuje presječnice dviju općih ravnih kojima su prvi (drugi) tragovi usporedni. • Određuje presječnice projicirajuće ravnih u općem položaju. • Određuje presječnice dviju projicirajućih ravnih. • Crta prostom rukom presječnice. • Crta presjek u Mongeovoj projekciji. • Crta presječnice u kosoj aksonometriji. • Konstruiše presječnice pomoću softvera.
Poveznice sa ZJNPP	

Ključni sadržaji

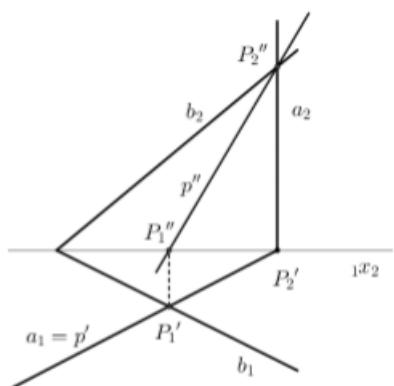
Konstrukcija presjeka dvije ravni, presjeka dva trougla.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredite presječnicu ravni α i β koje su zadane svojim tragovima.



Rješenje:



C.IV.2. Konstruiše prodor prave i ravni.

- Konstruiše proizvoljnu ravan koja sadrži zadanu pravu (npr. projicirajuća ravan 1. ili 2. skupine).
- Određuje presječnice zadane ravni i proizvoljne ravni.
- Konstruiše prodore kao sjecišta zadane prave i presječnice.
- Konstruiše prodore prave i ravni u Mongeovoj projekciji.
- Konstruiše prodore prave i ravni u kosoj aksonometriji.
- Konstruiše prodore prave i ravni pomoću softvera.

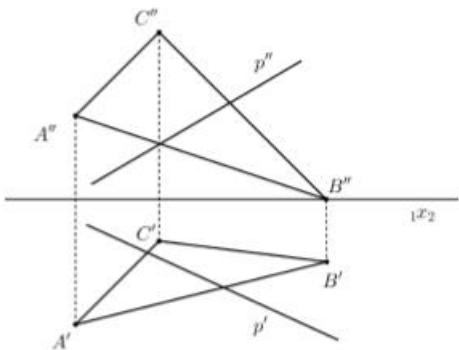
Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

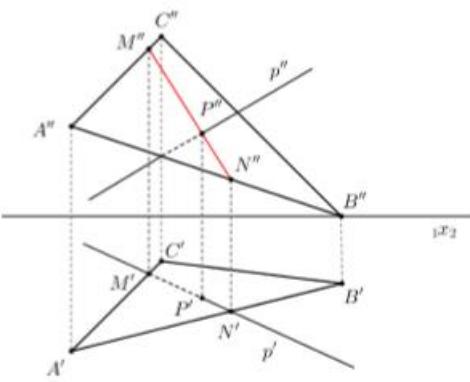
Konstrukcija prodora prave i ravni.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredi prodor prave p s trouglom ABC.



Rješenje:



C.IV.3. Konstruiše presjek kocke ravninom.

- Razmatra različite mogućnosti presjeka kocke ravninom.
- Analizira zadani problem crtanjem prostom rukom.
- Određuje prodore bridova kocke sa zadanom ravninom u aksonometriji.
- Konstruiše presjek kocke i ravninu u aksonometriji.

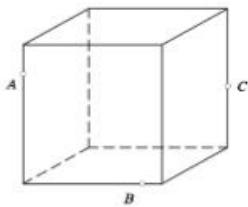
Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

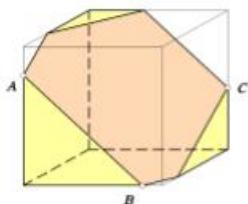
Konstrukcija presjeka kocke ravninom.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Konstruišite presjek kocke ravninom određenom tačkama A, B i C. Istaknite donji dio kocke nastao ovakvim presjecanjem.



Rješenje:



C.IV.4. Konstruiše presjek rogljastog tijela ravninom.

- Razmatra različete mogućnosti presjeka zadano rogljasto tijelo zadanim ravninom.
- Crta prostom rukom zadani problem.
- Prikazuje ravni u aksonometriji i Mongeovoj projekciji.
- Prikazuje rogljasto tijelo u aksonometriji i Mongeovoj projekciji.
- Konstruiše presjek rogljastog tijela zadanim ravninom olovkom na papiru.
- Konstruiše presjek rogljastog tijela zadanim ravninom u Mongeovoj projekciji i aksonometriji.
- Konstruiše presjek rogljastog tijela ravninom pomoću softvera.

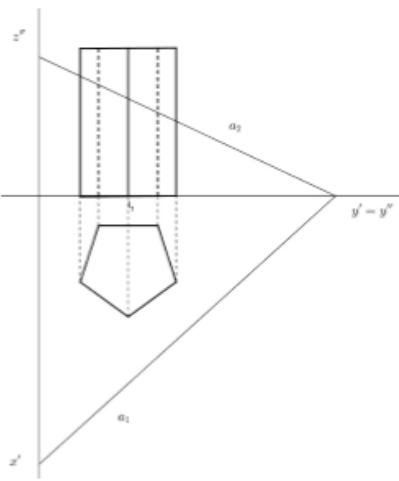
Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

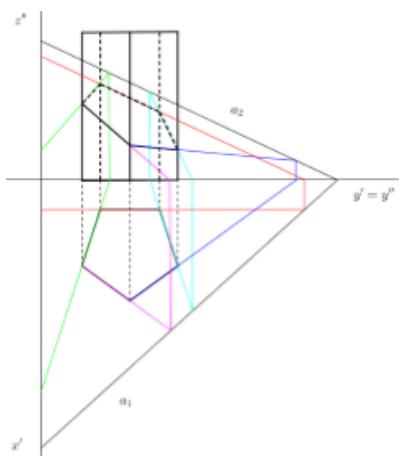
Konstrukcija presjeka rogljastog geometrijskog tijela ravninom.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Konstruiši presjek zadane prizme ravninom α .



Rješenje:



C.IV.5. Konstruiše prodor prave i rogljastog tijela pomoću softvera.

- Određuje prodor prave i rogljastog tijela pomoću softvera.

Poveznice sa ZJNPP

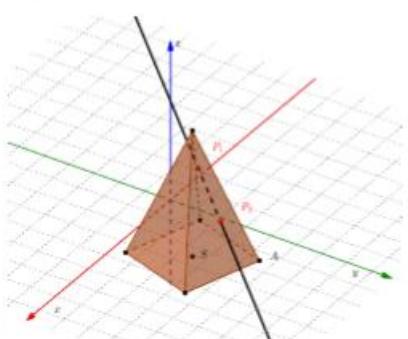
Ključni sadržaji

Korištenje softvera za određivanje prodora prave i rogljastog tijela.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredite prodor prave $p = P_1P_2[P_1(3.5, 5.5, 0), P_2(0, -1, 6)]$ s pravilnom četverostranom piramidom sa središtem u tački $S(2.5, 2.5, 0)$, jednim vrhom u tački $A(1.5, 4.5, 0)$ i visinom $v = 5$.

Rješenje:

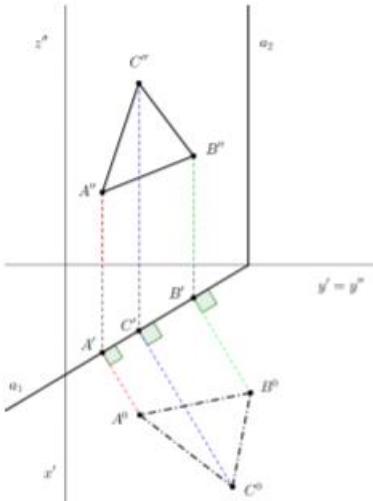


Oblast: D/ Mjerenje u prostoru	
Ishod učenja	Razrada ishoda
D.IV.1. Određuje dužinu duži.	<ul style="list-style-type: none"> • Opisuje položaje duži iz tlocrta i nacrta. • Prevaljuje duži oko tlocrta/nacrta u ravni projekcije (rotacija za 90°). • Očitava prave dužine duži.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
Određivanje prave veličine duži.	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Zadatak: Odredi dužinu duži a) AB, A(2, -1, 3), B(1, 0, 2); b) CD, C(-2, 2, 4), D(1, 0, -3).	
Rješenje:	
D.IV.2. Konstruiše pravu veličinu lika u projicirajućoj ravni.	<ul style="list-style-type: none"> • Crta zadane elemente. • Izvodi postupak prevaljivanja projicirajuće ravni uz korištenje činjenice da će jedna njegova projekcija biti dužina (rotiranje oko kosog traga). • Konstruiše lik u projicirajućoj ravni.
Poveznice sa ZJNPP	
Ključni sadržaji	
Određivanje prave veličine lika.	

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredi pravu veličinu trougla ABC koji leži u ravnini $\alpha(3, 5, \infty)$ ako su mu vrhovi zadani koordinatama A(-, 1, 2), B(-, 3.5, 3), C(-, 2, 5).

Rješenje:



D.IV.3. Određuje priklone uglove prave.

- Određuje ugao između prave i ravni na modelu kocke.
- Razlikuje prvi i drugi prikloni ugao prave.
- Crta projekcije zadanog pravca.
- Određuje prodore prave.
- Konstruiše ugao između tlocrta (nacrta) prave i njegovog prevaljenog položaja.

Poveznice sa ZJNPP

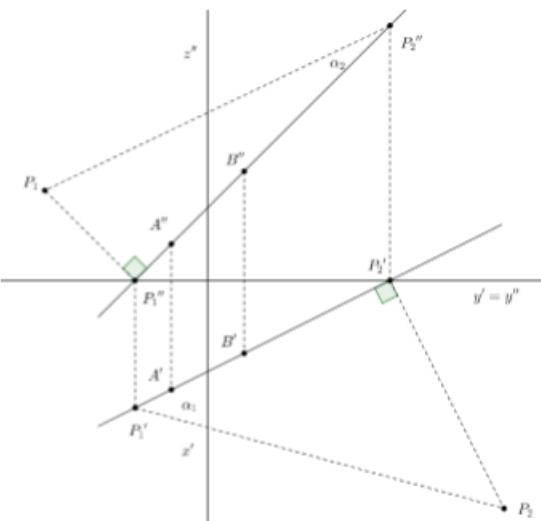
Ključni sadržaji

Konstrukcija ugla između prave i ravnine.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Nacrtaj projekcije zadane prave $p = [A(3, -1, 1), B(2, 1, 3)]$ i odredi prodore i priklone uglove.

Rješenje:



D.IV.4. Određuje priklone uglove ravni.	<ul style="list-style-type: none"> Iskazuje postupak određivanja ugla između dviju ravnih. Opisuje prvi i drugi prikloni ugao ravnih. Skicira problem. Određuje prvi (drugi) prikloni ugao kao ugao između neke priklonice prve (druge) skupine zadane ravnih i njenog tlocrta (nacrtan).
---	---

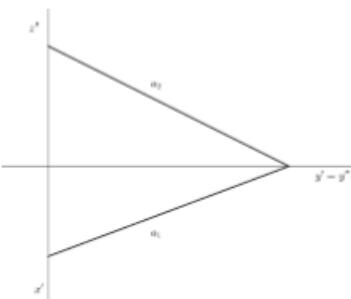
Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

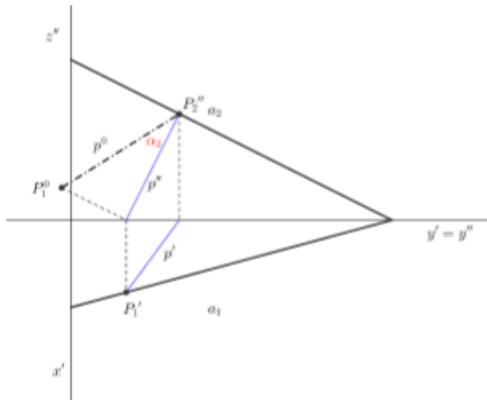
Konstrukcija ugla između dviju ravnih.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredi drugi prikloni ugao ravnih koja je zadana svojim tragovima.



Rješenje:



Drugi prikloni kut neke ravnine jednak je drugom priklonom kutu neke njezine priklonice druge skupine.

D.IV.5. Određuje udaljenost tačke od projicirajuće ravnih.	<ul style="list-style-type: none"> Crta zadane objekte. Analizira položaj u prostoru zadanog objekta. Utvrđuje u kojoj se projekciji vidi prava dužina duži.
Poveznice sa ZJNPP	

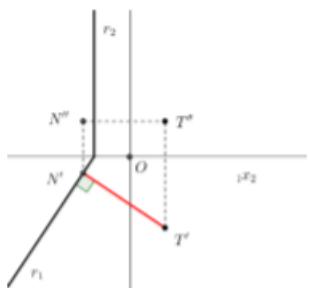
Ključni sadržaji

Određivanje udaljenosti tačke od projicirajuće ravnih.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredi udaljenost tačke $T(4, 2, 2)$ od projicirajuće ravnine $\rho(-3, -2, \infty)$.

Rješenje:



D.IV.6. Konstruiše treću projekciju.

- Opisuje postupak određivanja treće projekcije.
- Crta prostom rukom zadani problem.
- Konstruiše treće projekcije iz poznatog tlocrta i nacrta.

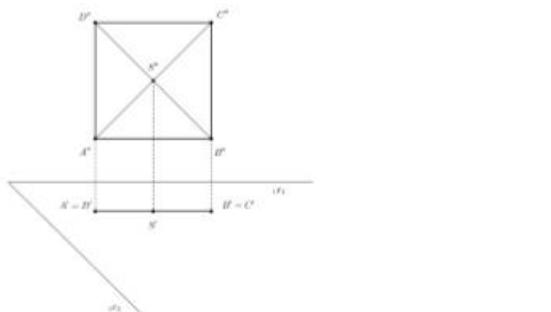
Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

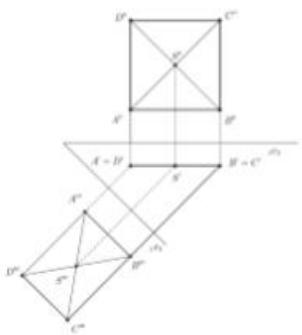
Određivanje treće projekcije tačke, duži i prave.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Odredi treću projekciju kvadrata ABCD ako je zadana 1x3 os.



Rješenje:



<p>D.IV.7. Primjenjuje metodu treće projekcije u rješavanju različitih problemskih zadataka.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Odabire prikladne ravni za treću projekciju. • Konstruiše treće projekcije zadanih elemenata. • Konstruiše prodor prave i ravni pomoću treće projekcije. • Određuje udaljenosti tačke od ravni pomoću treće projekcije. • Određuje udaljenosti paralelnih ravni pomoću treće projekcije.
---	--

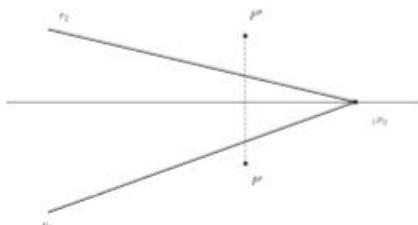
Poveznice sa ZJNPP

Ključni sadržaji

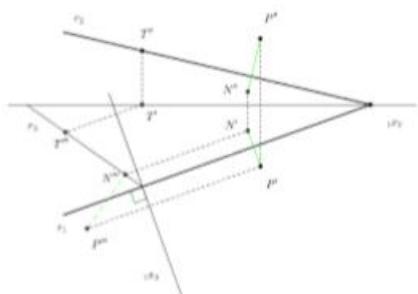
Korištenje treće projekcije za određivanje tačke prodora i udaljenosti.

Preporuke za ostvarenje ishoda

Zadatak: Zadana je ravnina ρ svojim tragovima i tačka P svojim projekcijama. Odredi udaljenost tačke P od ravni ρ .



Rješenje:



E/ UČENJE I PODUČAVANJE

Organizacija učenja i podučavanja

Kurikulum predmeta Nacrtna geometrija usmjeren je pojedinačno na svakog učenika kroz razvoj njegovih potencijala u području cjelovitog rješavanja problema uz korištenje geometrijskog pribora i softvera. Nudi smjernice i metodološke upute za izvođenje nastave ali pruža i fleksibilnost u podučavanju i nastavniku daje slobodu u osmišljavanju procesa učenja i podučavanja primjenom svojih primjera u zavisnosti od interesa i mogućnosti učenika. Ishodi su definisani logičkim slijedom od jednostavnijih do zahtjevnijih prateći razvojni proces usvajanja pravila i postupaka rješavanja problema. Iako su sadržaji ponuđeni u predviđenoj satnici, nastavnik ima slobodu posvetiti više ili manje vremena određenoj cjelini u zavisnosti od napretka i zahtjeva učenika. Navedeno se može usvojiti različitim odabirom primjera i zadataka putem kojih učenici ostvaruju predviđene ishode učenja. Uz dobru organizaciju nastavnog sata, poznavanje predviđenih ishoda učenja i kreativnost u rješavanju postavljenih problema, nastavnik treba učenicima pružiti i mogućnost aktivnog sudjelovanja tokom rješavanja problema. Potiče se rad u parovima i rad u grupama kako bi se kod učenika razvijala konstruktivna komunikacija, odgovornost i saradnja koje su potrebne u svim područjima života.

Iskustva učenja

Kako bi učenje bilo efikasno, učenici trebaju sistemski istraživati, kritički promišljati i usvojeno znanje primjenjivati u rješavanju novih problema. Poticanjem učenika na aktivno uključivanje, promišljanje i odlučivanje iskustvo učenja postaje motivirajuće, a zahtjevnijim zadacima primjerenum učeniku nastavnik osigurava uslove u kojima učenik može eksperimentirati, promišljati i prihvati pogreške kao sastavni dio učenja i razvoja. Takva iskustva učenja potiču kreativnost, a kao posljedica se javlja ostvarivanje predviđenih ishoda učenja. Ovim kurikulom se razvija kritičko mišljenje, sposobnosti efikasne i funkcionalne upotrebe digitalne tehnologije, sposobnosti kreativnog rješavanja problema, rada u grupama te organizacijskih i prezentacijskih vještina. Nastava koja proizlazi iz ovoga kurikuluma treba biti radna, aktivna i iskustvena. Nastavne situacije i epizode temelje se na učenju radom, učenju igranjem, učenju otkrivanjem i istraživanjem (npr. putem eTwinning platforme) i najvažnije iskustvenom učenju.

Uloga nastavnika

Nastavnik je voditelj i organizator nastavnog procesa čija je zadaća aktivno uključiti učenika u sve faze nastavnog procesa te osigurati ugodno razredno okruženje. Nastavnik istražuje i kreira smislena obrazovna iskustva koja učenicima omogućavaju rješavati stvarne probleme.

Nastavnik izraduje primjerene materijale ovisno o interesima učenika, prati učenikov razvoj i pomaže mu u njegovom socijalnom, emocionalnom i intelektualnom rastu, potiče učenike na međusobnu saradnju i time podstiče ljubav prema predmetu i učenju.

Mjesto i vrijeme učenja

Učenje i podučavanje predmeta Nacrtna geometrija se organizuje u informatičkoj učionici koja ima pristup internetu u grupama od 10 do 15 učenika. Svakom učeniku treba osigurati radno mjesto sa računarcem na kojem je instaliran matematički program GeoGebra, ali i radno mjesto s praznim prostorom gdje učenik može rukom konstruisati zadane probleme. Takođe, potrebna je klasična tabla, kreda i geometrijski pribor. Učionica treba imati dovoljno prostora za organizovanje samostalnog ali i grupnog rada učenika.

Materijali i resursi za učenje

Potrebni su tabla, kreda, računari, projektor, projekcijsko platno, geometrijski pribor, papiri A4 formata.

Grupisanje učenika

Učenje i podučavanje se odvija putem individualnog rada, rada u paru i rada u grupama. Za vrijeme obrade novih sadržaja i rješavanja problema u svrhu učenja preporučuje se samostalno učenje i učenje u paru koje može biti zasnovano na vršnjačkom podučavanju ali i na prethodno stečenom znanju. U procesu vrednovanja ishoda učenja, u zavisnosti od ishoda koji se vrednuje, kombinuju se različiti načini individualnog ili grupnog rada. Učenike je moguće grupisati heterogeno, prema predznanju u svrhu vršnjačkog podučavanja ali i homogeno kako bi se nadareni potaknuli na dodatni razvoj svojih potencijala.

F/VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULUMU

Vrednovanje

Pošto je vrednovanje sistemsko prikupljanje podataka u procesu učenja i podrazumijeva utvrđivanje nivoa ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda definisanih kurikulumom, predmet Nacrtna geometrija za svrhu ima, ne samo „mjerjenje“ učeničkih znanja i vještina, nego i poboljšanje učenja, poticanje na učenje i razumijevanje nastavnih sadržaja.

Vrednovanje može biti:

- dijagnostičko (inicijalni testovi),
- formativno (odvija se za vrijeme učenja i podučavanja, a rezultira kvalitativnom povratnom informacijom),
- sumativno (ukupno postignuće).

Vrednovanje procesa i ishoda učenja uključuje prikupljanje odgovarajućih informacija o učeničkom učenju, napretku i rezultatima. Znači, procjene postignuća učenika temelje se na integraciji raznih informacija prikupljenih u različitim situacijama tokom cijelog obrazovnog razdoblja. Time se ne prati samo ostvarivanje ishoda učenja nastavnih sadržaja nego, što je posebno važno za nastavnika, stiče se i uvid u uspješnost samog podučavanja. Formativno vrednovanje pomaže učenicima da utvrde stepen napretka u učenju, a nastavniku da procijeni i prilagodi svoju nastavu tako da što bolje odgovori na potrebe učenika. Provodi se prikupljanjem podataka o učeničkom radu i postignućima (ciljana pitanja, grupni radovi, domaće zadaće...) i kritičkim osvrtom učenika i nastavnika na proces učenja i podučavanja. Učenik se potiče na vršnjačko vrednovanje te samovrednovanje postignuća i planiranje učenja grupnim raspravama na satu i individualnim konsultacijama. Ovi oblici vrednovanja iskazuju se opisno i služe kao povratna informacija učeniku o razini usvojenosti ishoda u odnosu na očekivanja, a nastavniku kao individualno praćenje rada učenika i pomoći pri poteškoćama. Sumativno vrednovanje rezultira brojčanom ocjenom. Kriteriji ocjenjivanja moraju biti jasni i javni.

Metode vrednovanja naučenog u predmetu Nacrtna geometrija su:

- usmene provjere znanja,
- provjere znanja korištenja odgovarajućih aplikacija na računaru,
- pismene provjere znanja,
- učenički projekti.

U jednoj provjeri moguće je ocijeniti više elemenata vrednovanja. Kod učeničkih projekata vrednuje se sudjelovanje učenika, razina aktivnosti, komunikacije i saradnje, projektna dokumentacija, krajnji rezultat projekta i predstavljanje svog projekta. Učeniku se može dati zadatak koji će riješiti pomoći neke metode (Mongeova metoda, kosa projekcija ili aksonometrija) i/ili pomoći računara i pismeno, koristeći se matematičkim jezikom opisati problem i njegovo rješenje. Nakon toga učenik može izložiti svoj projekat u razredu i braniti ga odgovarajući na pitanja učenika i nastavnika.

Elementi vrednovanja

Vrednovanje uključuje uravnoteženost upotrebe svih pristupa: dijagnostičkog, formativnog i sumativnog. Usmjereno je ka učenju i razvoju, jačanju učeničkog samopouzdanja i prema njegovajućim matematičkim kompetencijama. U predmetu Nacrtna geometrija te su matematičke kompetencije dominantno iskazane putem efikasne primjene tehnologije (odabir i primjena odgovarajućih programa dinamičke geometrije), rješavanja primjerenih matematičkih problema i geometrijskog modeliranja.

Elementi vrednovanja su:

1. Usvojenost znanja: osnovni pojmovi, tvrdnje i postupci nacrtnе geometrije

Vrednuje se činjenično znanje, razumijevanje tvrdnji, analiziranje, opisivanje, objašnjavanje i poznavanje pravila.

2. Primjena tehnologije

Vrednuje se vještina upotrebe programa za rješavanje problema, predstavljanje svojih radova, vještina javnog izlaganja, odgovornost, samostalnost i kvaliteta digitalnih radova.

3. Rješavanje problema i modeliranje

Vrednuje se analiziranje problema, logičko razmišljanje i zaključivanje, istraživanje i izrada konstrukcija.

Metode vrednovanja

Metode vrednovanja (kako se vrednuje) su raznolike, a veliki dio informacija se prikuplja interakcijom učenika i nastavnika. Za evidenciju nastavnici koriste, na primjer:

rubrike

liste procjene

učeničke mape

zabilješke s opažanjima učeničkog rada, kako individualnog tako i grupnog.

Učenici također prate i regulišu svoje učenje, služe se metodama samovrednovanja i vršnjačkog vrednovanja pomoću rubrika, lista samoprocjene i/ili dnevnikom učenja, pri čemu mogu procjenjivati svoje učenje pomoću istih kriterija kao i nastavnici. U nastavi Nacrtnе geometrije u svrhu formativnog vrednovanja koriste se tablice organizirane u tri dimenzije (tri elementa ili kriterija vrednovanja): Koncepti i postupci nacrtnе geometrije, Primjena tehnologije i Rješavanje problema i modeliranje, pri čemu se kvaliteta ostvarenih ishoda učenja vrednuje u četiri nivoa: napredni, srednji, osnovni nivo i potrebna podrška.

G/PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA

- Nastavu nacrtne geometrije u IV razredu gimnazije mogu izvoditi lica koja su završila odgovarajući fakultet i stekla zvanje:
 - profesor matematike i nacrtne geometrije, kao i ostali profili profesora matematike koji su u toku studija imali predmet Nacrtna geometrija.
- Nastavu nacrtne geometrije mogu izvoditi i lica koja imaju završen najmanje II (drugi) ciklus Bolonjskog sistema studiranja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalenta za određenu oblast.
- Lica koja u toku studija nisu polagala ispite iz pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičke grupe predmeta, dužna su ove ispite položiti u roku od godinu dana od dana stupanja na posao nastavnika.

